

N° d'ordre : 912

THÈSE

présentée devant

l'Université de Bretagne Occidentale

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention ÉLECTRONIQUE

par

Ludovic COLLIN

Laboratoire d'accueil : LEST - UMR CNRS 6165

École doctorale : SMIV 0373

Titre de la thèse :

Optimisation de systèmes multi-antennes basée sur la distance minimale.

Soutenue le 17 décembre 2002 devant la commission d'examen :

M. :	Léon-Claude	CALVEZ	Président
MM. :	Jean-François	DIOURIS	Rapporteurs
	Jean-François	HÉLARD	
MM. :	Philippe	ROSTAING	Examineurs
	Manell	ZAKHARIA	
	Gilles	BUREL	<i>Directeur de thèse</i>
M. :	Koffi-Clément	YAO	Invité

*À Colette,
sans restriction.*

*À mes enfants, Jérémy et Maxime,
pour l'éducation qu'ils ont su me donner.*

*À mes parents,
pour l'éducation qu'ils ont su me laisser découvrir.*

*« ... y compris la puissante Incantation Trigonométrique élaborée par Trigonométras en personne ; on disait
que si vous arriviez à y survivre, plus rien ne vous semblerait jamais difficile à apprendre. »*

John Barnes.

Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à remercier sincèrement MM. Jean-François Diouris et Jean-François Héliard pour avoir rapporté mon travail de thèse. Leur diligence m'a permis de respecter mon calendrier. Merci encore.

Je remercie M. Léon-Claude Calvez qui m'a fait l'honneur de présider le jury de la soutenance. J'adresse mes remerciements à M. Manell Zakharia pour avoir bien voulu juger ce travail, ainsi que pour les différentes discussions que nous avons eues ensemble.

Merci également à M. Koffi-Clément Yao, sans qui cette thèse n'aurait pas vu le jour, pour ses apports autant humains que scientifiques tout au long de ce travail. Je n'oublie pas M. Stéphane Azou, qui m'a encadré durant mon stage de DEA et au début de ma thèse. Son total investissement et sa rigueur m'ont permis de partir sur de bonnes bases. Je m'en souviendrai lorsque j'encadrerai mon premier stagiaire de DEA.

Je remercie particulièrement M. Philippe Rostaing pour son important travail dans mon encadrement. Puissent tous les thésards bénéficier d'un encadrant aussi engagé et motivant.

Je remercie enfin chaleureusement M. Gilles Burel qui a dirigé ma thèse. Ses orientations judicieuses et originales, sa disponibilité indéfectible, ses qualités humaines et pédagogiques, font que je lui dois plus que je ne saurais l'exprimer ici.

Bien entendu de nombreuses personnes ont contribué, directement ou non, à l'aboutissement de ce travail. Je remercie donc tous ceux qui, à l'École Navale, au LEST et à l'IUT de Lannion, ont participé à un environnement aussi riche et motivant.

Rien n'aurait été possible sans le soutien de mes proches, merci encore à vous, rien n'a su me motiver davantage que votre appui.

Brest, le 6 mars 2003.

Résumé

Les systèmes de transmission numériques à entrées multiples et sorties multiples (MIMO) sont de plus en plus étudiés du fait de leur très bonne efficacité spectrale sur des canaux riches en diffuseurs, tels que ceux des réseaux locaux sans fil ou des communications mobiles urbaines sans fil.

Dans cette thèse, pour évaluer rapidement et efficacement le taux d'erreur binaire (TEB) des communications MIMO, nous proposons d'utiliser la méthode du second ordre de l'Unscented Transformation. La transformation non-linéaire réalisée par le récepteur MIMO est appliquée à la méthode Unscented afin d'obtenir une estimation performante du TEB. Ensuite, nous proposons un récepteur rapide basé sur le maximum de vraisemblance (BMV) pour un canal MIMO de Rice. L'idée de base est d'utiliser la structure du canal de Rice pour significativement réduire la recherche du vecteur de symboles optimum par le critère du MV.

Dans de nombreuses applications sans fil un lien de retour peut exister, et une connaissance de l'état du canal (CSI) peut être disponible à l'émetteur. La question est alors de savoir comment tirer profit de cette information pour optimiser globalement le système de transmission. En utilisant le point de vue du MV, nous introduisons une représentation diagonale rapide et simple pour les systèmes MIMO, et proposons un nouveau précodeur diagonal qui minimise le TEB.

Pour terminer, nous proposons deux précodeurs non-diagonaux, basés sur l'optimisation de la distance euclidienne minimale. Des comparaisons sont effectuées avec des précodeurs connus, tels que le Water-Filling (WF), le minimum de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) et la maximisation de la valeur singulière minimale de la matrice du canal global, pour illustrer l'importante amélioration du TEB due à nos précodeurs.

Abstract

Multi-Input Multi-Output (MIMO) digital transmission systems currently retain more and more attention due to the very high spectral efficiencies they can achieve over rich scattering transmission channels, such as wireless local area networks (WLAN) or urban mobile wireless communications.

In this thesis, in order to evaluate the Bit Error Rate (BER) of MIMO communications, we propose to use the second-order Unscented Transformation method. The non-linear transformation realized by the MIMO receiver is applied to the Unscented method to obtain an efficient BER estimation. Next, we propose a fast Maximum Likelihood Based (MLB) decoder for a MIMO Rician fading channel. The basic idea is to use the Rician channel structure to significantly reduce the search of the optimum vector of symbols by the ML criterion.

In many wireless applications feedback does exist and Channel State Information (CSI) can be made available at the transmitter. The question, then, is how to take profit of this information to globally optimize the transmission system. Using an ML point of view, we introduce a fast and simple diagonal representation for MIMO systems, and then we propose a new diagonal precoder which minimizes the BER.

Lastly, we propose two new non-diagonal precoders, based on the optimization of the minimum euclidean distance. Comparisons to other known precoders, such as Water-Filling (WF), Minimum Mean Square Error (MMSE) and maximization of the minimum singular value of the global channel matrix, are performed to illustrate the significant BER improvement of the proposed precoders.

Table des matières

Remerciements	5
Résumé	7
Abstract	9
Table des matières	11
Table des figures	15
Abréviations	19
Notations	21
Introduction et présentation	27
1 Introduction aux systèmes MIMO et MIMO-OFDM	31
1.1 Présentation des systèmes multi-antennes	31
1.2 Modèle de canal MIMO à évanouissements	33
1.3 Capacité des canaux MIMO	34
1.4 Récepteurs les plus courants	36
1.4.1 Récepteur linéaire du Forçage à Zéro (ZF)	37
1.4.2 Récepteur linéaire MMSE	37
1.4.3 Récepteur à retour de décision V-BLAST	37
1.4.4 Récepteur du maximum de vraisemblance (MV)	38
1.5 Extension aux systèmes MIMO-OFDM	38
1.5.1 Rappels sur la modulation OFDM	39
1.5.2 Principe de l'association MIMO et OFDM	40
1.6 Conclusion	44
2 Estimation rapide du TEB d'une transmission MIMO-OFDM	45
2.1 Introduction	45

2.2	Modèle MIMO associé à une modulation OFDM	46
2.3	Présentation de l'estimateur de Julier et Uhlmann	47
2.4	Application à l'estimation du TEB	50
2.4.1	Récepteur « Zero Forcing »	51
2.4.2	Récepteur V-BLAST	53
2.5	Résultats de simulations	54
2.6	Conclusion	55
3	Récepteur MIMO basé sur le maximum de vraisemblance	57
3.1	Introduction	57
3.2	Modèle de canal	58
3.3	Approche proposée	59
3.3.1	Notations spécifiques et principe du récepteur BMV	59
3.3.2	Exemple simple	61
3.3.3	Description probabiliste	62
3.3.4	Réduction du temps de calcul	64
3.4	Résultats des simulations	65
3.5	Conclusion	69
4	Précodeurs linéaires et sélection d'antennes	71
4.1	Introduction	71
4.2	Connaissance de l'état du canal (CSI)	71
4.3	Représentation simplifiée du canal pour les précodeurs linéaires	72
4.4	Contraintes de puissance	74
4.5	Principaux précodeurs linéaires	75
4.5.1	Précodeur avec puissance uniforme	76
4.5.2	Précodeur maximisant la capacité	76
4.5.3	Précodeur MMSE	77
4.5.4	Précodeur à taux d'erreurs égaux	78
4.5.5	Précodeur diagonal optimal minimisant le TEB	79
4.5.6	Comparaison entre les précodeurs linéaires	81
4.6	Précodage par sélection d'antennes	83
4.7	Conclusion	87
5	Précodeurs réels basés sur \mathcal{D}_{min}	89
5.1	Introduction	89
5.2	Position du problème	90

5.2.1	Hypothèse 1 : x, y, w et z réels	90
5.2.2	Définition des distances \mathcal{D}_{s1} et \mathcal{D}_{s2}	91
5.2.3	Restriction à $ x \geq 2 y $ et $ z \geq 2 w $	92
5.2.4	Forme trigonométrique des précodeurs $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$	93
5.3	Recherche des précodeurs $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$	94
5.4	Performances en \mathcal{D}_{min} et TEB	98
5.5	TEB théorique des précodeurs \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_Q	101
5.5.1	TEB théorique du précodeur \mathbf{F}_{TEE}	101
5.5.2	TEB théorique des précodeurs à seconde ligne nulle	102
5.5.3	TEB théorique du précodeur \mathbf{F}_Q	105
5.6	Conclusion	105
6	Précodeurs optimaux au sens de \mathcal{D}_{min}	107
6.1	Introduction	107
6.2	Méthode de recherche des précodeurs	107
6.2.1	Définition des vecteurs différence	108
6.2.2	Décomposition du précodeur	109
6.2.3	Partie $\mathbf{A}\Sigma$ du précodeur	109
6.2.4	Influence de la matrice \mathbf{B}	110
6.2.5	Forme paramétrée du précodeur	110
6.3	Précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation BPSK	111
6.4	Précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation MAQ-4	112
6.4.1	Précodeur \mathbf{F}_{l1}	112
6.4.2	Précodeur \mathbf{F}_{octo}	113
6.4.3	Seuil optimal γ_0 pour l'angle du canal virtuel	116
6.5	Résultats de simulations	117
6.5.1	Conditions de simulation	117
6.5.2	Résultats sur la distance minimale	117
6.5.3	TEB avec un récepteur MV	118
6.5.4	TEB avec un récepteur OSIC	118
6.6	Comparaison avec les précodeurs réels basés sur \mathcal{D}_{min}	125
6.7	Conclusion	125
	Conclusion	127
	Annexes	131

A	Conditions de la simulation MIMO-OFDM en ASM	131
B	Démonstration de $A = I$	133
B.1	Choix d'une matrice A réelle	133
B.2	Influence de α sur les valeurs singulières	134
C	Limitation du domaine de recherche des précodeurs	137
D	Calcul formel du précodeur F_{l1}	139
D.1	Conditions du calcul	139
D.2	Calcul de φ	141
D.3	Calcul de θ	141
	Bibliographie	143
	Liste de publications	151

Table des figures

1.1	Principe d'un système MIMO. Les informations sont démultiplexées en n_T voies pour être modulées et émises simultanément.	32
1.2	Capacités de systèmes SIMO et MIMO à 4 et 8 antennes par rapport au canal SISO. Le multiplexage spatial permet d'augmenter beaucoup plus rapidement la capacité.	35
1.3	TEB des cinq principaux récepteurs MIMO pour 10 000 tirages de \mathbf{H} et un bruit blanc.	39
1.4	Principe d'un système MIMO-OFDM.	41
1.5	Capacité du système SISO-OFDM dans l'exemple de canal sous-marin. L'émetteur et le récepteur ont été choisis en prenant le meilleur couple émetteur-récepteur du canal MIMO de la figure 1.6.	42
1.6	Capacités du système MIMO-OFDM dans l'exemple de canal sous-marin.	42
1.7	Comparaison entre l'OFDM et MIMO-OFDM pour un débit binaire et une bande passante identiques. L'OFDM utilise une MAQ-256 et le MIMO-OFDM une MAQ-4 avec 4 émetteurs et 8 récepteurs.	44
2.1	Système équivalent en bande de base d'une transmission MIMO avec une modulation OFDM à P sous-porteuses.	47
2.2	Exemple d'une transformation T d'un vecteur \mathbf{x} de dimension $n = 2$ vers un vecteur \mathbf{y} de dimension $m = 2$. Les deux figures de gauche montrent la méthode de MC pour estimer les deux premiers moments de \mathbf{y} . Les deux figures de droite illustrent la méthode de JU pour arriver à un résultat similaire. Les cinq « * » indiquent respectivement les \mathcal{X}_i et \mathcal{Y}_i sur les figures du haut et du bas. Les cercles représentent les ellipses de confiance à 95%. Le gain en temps de calcul est ici de 2000 (10 000 points pour MC et 5 pour JU).	50
2.3	Méthode de Monte Carlo. Les points représentent la valeur du signal en sortie du récepteur ZF, pour chacun des symboles émis en présence de bruit. La covariance du symbole $1 + i$ est estimée numériquement et représentée par son ellipse de confiance à 95%.	52
2.4	Méthode de Julier et Uhlmann : résultat similaire pour le symbole $1 + i$. Le gain de temps de calcul dépend du nombre d'antennes et de la taille du tirage de MC (gain de 100 ici).	52

2.5	Représentation en « arbre » des matrices de covariance \mathbf{R}_{ij} (sur les « nœuds ») et des probabilités de transition p_t (sur les « branches ») pour 3 niveaux (3 émetteurs classés dans l'ordre utilisé par le récepteur V-BLAST). À chaque \mathbf{R}_{ij} correspond le TEB $p_{e_{ij}}$	53
2.6	Comparaison du TEB entre les méthodes JU et MC pour les récepteurs ZF/OFDM et V-BLAST/OFDM. Les paramètres de simulation sont : $n_T = 3$, $n_R = 5$, $P = 64$ et 10 000 paquets de 3 symboles pour l'estimation par MC.	55
3.1	Les 16 valeurs de s_{Σ}^i représentées par des « o » et 50 réalisations de r_{av} pour $n_T = 3$, $n_R = 5$ et une modulation MAQ-4. Les nombres en gras correspondent aux cardinaux des $\mathcal{A}_i (L_i)$ pour $i = 1, \dots, 16$	61
3.2	Comparaison en terme de distances calculées pour les récepteurs MV et BMV avec $n_R = 5$ et différentes modulations MAQ- M ($M = 4, 16$ et 64).	64
3.3	Comparaison du nombre de distances calculées en MAQ-4 pour différentes valeurs de n_R	65
3.4	TEB en fonction du rapport signal sur bruit pour $\rho = 0.28$, $n_T = 3$, $n_R = 5$ et une modulation MAQ-4.	67
3.5	TEB en fonction de ρ pour un RSB fixé à 14 dB.	67
3.6	Différence de TEB entre le BMV et le MV pour $\rho = 0,28$. Cette différence représente les erreurs faites par le récepteur BMV et qui n'ont pas été faites par le récepteur MV. L'approximation théorique de la probabilité d'erreur dans la première étape du récepteur BMV est représentée par P_{miss} , qui est divisée par deux sur la figure pour être homogène avec un TEB (une erreur dans la première étape donne statistiquement un bit de faux sur deux transmis).	68
3.7	P_{miss} : approximation théorique de la probabilité d'erreur dans la première étape du récepteur BMV. En l'absence de bruit P_{miss} n'est pas nulle car la première étape est une approximation de $\tilde{\mathbf{H}}_{av}$, qui dépend de ρ . Lorsque ρ est petit P_{miss} devient très faible et le récepteur BMV est extrêmement proche de l'optimal.	69
4.1	Système MIMO avec précodeur et décodeur linéaires.	73
4.2	TEB en fonction du RSB pour les précodeurs linéaires étudiés.	82
4.3	Stratégies d'allocation de puissance des précodeurs pour trois niveaux de RSB. La puissance est répartie entre quatre voies. La puissance P_i de chaque voie est représentée par une barre grisée.	84
4.4	Apport d'une et deux antennes à l'émission par rapport à un système V-BLAST. La configuration commune aux trois courbes est $b = 2$ et $n_R = 2$. Le système V-BLAST est équipé de $n_T = 2$ antennes à l'émission, alors que les systèmes à sélection d'antennes possèdent respectivement $n_T = 4$ et $n_T = 3$ antennes émettrices.	86

4.5	Comparaison entre la sélection d'antennes et le précodeur linéaire MBER. La même configuration est utilisée par les deux systèmes de précodage : $b = 2$, $n_T = 3$ et $n_R = 2$	86
5.1	Exemple de constellation sur le récepteur 1 avec $x = 3$ et $y = 1$. La distance D_{s1r1} est cruciale pour la détermination correcte du symbole s_1 , la distance D_{s2r1} est cruciale pour la détermination correcte du symbole s_2	92
5.2	Deux exemples de constellations sur le récepteur 1 avec $\rho_1 = 1$: à gauche $x=3$ et $y=2$, à droite $x=1$ et $y=3$. Les distances minimales sont identiques, mais l'exemple de droite utilise moins de puissance.	93
5.3	Distances minimales des précodeurs \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_Q en fonction de k . Le seuil k_0 permet de sélectionner le précodeur le plus performant. Le précodeur \mathbf{F}_Q ne dépend pas de k car il n'utilise que le premier sous-canal.	98
5.4	Comparaison des TEB du précodeur réel et de la sélection d'antennes (cf. figures 4.4 et 4.5). Aucune condition sur la valeur de k	99
5.5	Comparaison du TEB avec les précodeurs linéaires, pas de condition sur k	100
5.6	Comparaison du TEB avec les précodeurs linéaires. $k \geq 4$: le précodeur réel \mathbf{F}_Q n'est pas diagonal.	100
5.7	Distances sur le récepteur 1 (notées l et L). Les vecteurs sont numérotés de 1 à 16, les « coins » sont notés c , les « bords » sont notés b et les « milieux » sont notés m	103
5.8	Comparaison du TEB théorique de l'équation 5.42 avec des simulations pour le précodeur \mathbf{F}_Q	106
6.1	Forme de la constellation reçue sur le premier récepteur avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Les 16 impacts sont notés de A à P.	113
6.2	Forme de la constellation reçue sur le récepteur 1 avec le précodeur \mathbf{F}_{octo} . Les 16 impacts sont notés de A à P.	115
6.3	Forme de la constellation reçue sur le récepteur 2 avec le précodeur \mathbf{F}_{octo} . Les 16 impacts sont notés de A à P.	115
6.4	Distances $d_{\tilde{x}} = \ \mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} \tilde{\mathbf{x}}\ $ associées aux quatorze vecteurs différence en fonction de ψ . L'angle γ est fixé à $\pi/6$	116
6.5	Distances minimales pour la modulation BPSK en fonction de l'angle γ du canal.	119
6.6	Distances minimales pour la modulation MAQ-4 en fonction de l'angle γ du canal.	119
6.7	TEB du précodeur \mathbf{F}_{BPSK} et des précodeurs \mathbf{F}_{Capa} , \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_{MMSE} pour la modulation BPSK. Récepteur MV.	120
6.8	TEB du précodeur $\max(\mathcal{D}_{min})$ et des précodeurs \mathbf{F}_{Capa} , \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_{MMSE} pour la modulation MAQ-4. Récepteur MV.	120
6.9	TEB avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} (cas $\frac{\rho_1}{\rho_2} > 10.33$). Récepteur MV.	121

6.10	TEB avec le précodeur \mathbf{F}_{octo} (cas $\frac{\rho_1}{\rho_2} < 10.33$). Récepteur MV.	121
6.11	Exemple de constellation sur le récepteur virtuel n° 1 avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Le symbole s_2 est tourné de 15° . L'erreur indiquée est réalisée par l'algorithme OSIC et pas par le MV.	122
6.12	Précodeur optimal au sens de \mathcal{D}_{min} . TEB avec les récepteurs MV et OSIC-ZF.	123
6.13	Précodeur \mathbf{F}_{l1} pour $\gamma > \gamma_0$. TEB avec les récepteurs MV et OSIC-ZF.	123
6.14	Précodeur \mathbf{F}_{octo} pour $\gamma < \gamma_0$. TEB avec les récepteurs MV et OSIC-ZF.	124
6.15	TEB de nos précodeurs réels du chapitre 5 et de nos précodeurs optimisant la distance minimale de ce chapitre. Un récepteur MV est utilisé et toutes les valeurs de γ sont considérées.	124
A.1	Module de la réponse impulsionnelle entre la source n° 2 et l'hydrophone n° 1.	132
B.1	λ_2 en fonction de λ_1 pour un canal avec un angle $\gamma = 30^\circ$. La ligne du haut (épaisse) correspond à l'angle $\alpha = 0$. Les courbes en pointillés correspondent à d'autres valeurs de α	134
D.1	Forme de la constellation avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Les 16 impacts sont notés de A à P. les quatre petits cercles sont de rayon $r = \sqrt{\rho_1 p_0} \sin \theta$. Le grand cercle est de rayon $R = \sqrt{\rho_1 p_0} \cos \theta$	140
D.2	Zoom de la constellation de la figure D.1 autour des points utilisés dans le calcul.	140

Abréviations

ASM	Acoustique Sous-Marine
BMV	Basé sur le Maximum de Vraisemblance
bps	bits par seconde
BPSK	“Binary Phase Shift Keying”
CSI	connaissance de l'état du canal
EVD	“Eigen Value Decomposition”
IES	Interférence Entre Symboles
i.i.d.	indépendant et identiquement distribué
JU	Julier et Uhlmann
LA	“Link Adaptation”
LMS	“Least Mean Square”
MAP	Maximum de vraisemblance A Posteriori
MAQ- M	Modulation d'Amplitude en Quadrature à M états
MC	Monte Carlo
MIMO	“Multiple Input Multiple Output”
MMSE	“Minimum Mean Square Error”
MV	Maximum de Vraisemblance
OFDM	“Orthogonal Frequency Division Multiplex”
OSIC	“Ordered Successive Interference Cancellation”
RSB	Rapport Signal à Bruit
SC	sélection d'antennes
SIMO	“Single Input Multiple Output”
SISO	“Single Input Single Output”
SVD	“Singular Value Decomposition”
TEB	Taux d'Erreur Binaire
V-BLAST	“Vertical - Bell Labs Space Time Architecture”
ZF	“Zero Forcing”

Notations

Notations générales

\mathbb{R}	ensemble des réels
\mathbb{C}	ensemble des complexes
$card(\cdot)$	cardinal de l'ensemble (\cdot)
v.a.	vecteur aléatoire
$\mathcal{N}(m, \sigma^2)$	loi gaussienne de moyenne m et variance σ^2
$\mathcal{CN}(m, \sigma^2)$	loi gaussienne complexe de moyenne m et variance σ^2
$erfc(x)$	“complementary error function” (intégrale de x à $+\infty$ de $\mathcal{N}(0,1)$)
$E[\cdot]$	espérance mathématique
$\arg \min_s(\cdot)$	minimisation de (\cdot) en fonction de l'argument s
$\arg \max_s(\cdot)$	maximisation de (\cdot) en fonction de l'argument s
$[\cdot]^T$	transposée de la matrice $[\cdot]$
$[\cdot]^*$	transposée conjuguée de la matrice $[\cdot]$
$\det[\cdot]$	déterminant de la matrice $[\cdot]$
$\lambda_{\max}[\cdot]$	plus grande valeur singulière de la matrice $[\cdot]$
$\lambda_{\min}[\cdot]$	plus petite valeur singulière de la matrice $[\cdot]$
\mathbf{I}_n	matrice identité de dimension n

Chapitre 1

n_T	nombre d'antennes à l'émission	(cf. 1.1)
n_R	nombre d'antennes en réception	(cf. 1.1)
h_{ij}	fonction de transfert en bande de base entre la i^e antenne réceptrice et la j^e antenne émettrice	(cf. 1.1)
\mathbf{H}	matrice de canal de dimension $n_R \times n_T$ de composantes h_{ij}	(cf. 1.1)
$\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{n_T}]^T$..	vecteur de symboles émis	(cf. 1.1)

$\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_{n_R}]^T$.. vecteur reçu	(cf. 1.1)
$\nu = [\nu_1, \dots, \nu_{n_R}]^T$.. vecteur de bruit additif gaussien en réception	(cf. 1.1)
\mathbf{R} matrice d'autocorrélation du bruit ν	(cf. 1.1)
p_0 puissance totale moyenne émise	
ρ_R rapport signal sur bruit moyen sur chaque antenne de réception si un seul émetteur utilisait toute la puissance p_0 (canal SIMO)	(cf. 1.2)
C capacité du canal de transmission	(cf. 1.2)
$\hat{\mathbf{s}}$ estimée du vecteur \mathbf{s}	(cf. 1.6)
k rang de la matrice \mathbf{H}	(cf. 1.6)
ρ rapport signal sur bruit moyen sur les antennes de réception	(cf. 1.7)
f_c fréquence centrale d'une modulation OFDM	
T_s durée totale d'un symbole OFDM	
T_u durée de la partie utile d'un symbole OFDM	
T_g durée du temps de garde d'un symbole OFDM	
P nombre de sous-porteuses d'une modulation OFDM	(cf. 1.9)
C_p capacité du canal pour la p^e sous-porteuse	(cf. 1.9)
ρ_p RSB moyen sur les antennes de réception pour la p^e sous-porteuse	(cf. 1.10)
\mathbf{H}_p réponse du canal pour la p^e sous-porteuse	(cf. 1.13)

Chapitre 2

\mathbf{s}_p	=	vecteur de symboles émis à la p^e sous-porteuse	(cf. 2.1)
$[s_{p1}, \dots, s_{pn_T}]^T$		
\mathbf{r}_p	=	vecteur reçu à la p^e sous-porteuse	(cf. 2.1)
$[r_{p1}, \dots, r_{pn_R}]^T$		
ν_p	=	vecteur de bruit additif gaussien en réception à la p^e sous-porteuse	(cf. 2.1)
$[\nu_{p1}, \dots, \nu_{pn_R}]^T$		
\mathbf{x}	v.a. de dimension n , de moyenne $\bar{\mathbf{x}}$ et de matrice de covariance \mathbf{R}_x	(cf. 2.2)
\mathbf{y}	v.a. de dimension m , de moyenne $\bar{\mathbf{y}}$ et de matrice de covariance \mathbf{R}_y	(cf. 2.2)
\mathcal{X}_i	i^e échantillon de la v.a. \mathbf{x}	(cf. 2.11)
$l = 2n + 1$	nombre d'échantillons \mathcal{X}_i	(cf. 2.11)
\mathcal{Y}_i	image de l'échantillon \mathcal{X}_i à travers la transformation T	(cf. 2.12)
W_i	poids de l'échantillon \mathcal{X}_i	(cf. 2.11)
κ	paramètre d'ajustement des poids W_i	(cf. 2.11)
$(\sqrt{\mathbf{M}})_i$	i^e ème ligne de la racine carrée de la matrice \mathbf{M} .	(cf. 2.11)
p_{eip}	TEB sur les symboles de l'émetteur i pour la sous-porteuse p	(cf. 2.13)

V^{\Re}	variance de la partie réelle du bruit en sortie du récepteur	(cf. 2.14)
V^{\Im}	variance de la partie imaginaire	(cf. 2.14)
$\mathbf{x}^{\Re} = \Re(\nu_p)$	partie réelle du bruit à l'entrée du récepteur pour la sous-porteuse p	
$\mathbf{x}^{\Im} = \Im(\nu_p)$	partie imaginaire	
$p_{t_{ij}}^{\Re}$	probabilité d'erreur sur la partie réelle d'un symbole pour le récepteur V-BLAST	(cf. 2.18)
$p_{t_{ij}}^{\Im}$	probabilité d'erreur sur la partie imaginaire	(cf. 2.19)
$\bar{p}_{t_{ij}}$	probabilité de détection correcte d'un symbole pour le récepteur V-BLAST	(cf. 2.20)

Chapitre 3

\mathbf{H}_m	matrice pour le modèle de canal de Rice non-corrélé (éléments \tilde{h}_{ij})	(cf. 3.2)
$\tilde{\mathbf{H}}$	matrice pour le modèle de canal de Rice non-corrélé (éléments $\gamma\beta^*$)	(cf. 3.2)
κ	paramètre de Rice (compris entre zéro et un)	(cf. 3.2)
ϱ	coefficient de dispersion du canal	(cf. 3.3)
s_{Σ}	somme des composantes du vecteur émis \mathbf{s}	(cf. 3.4)
r_{av}	moyenne du signal reçu sur les récepteurs	(cf. 3.5)
ν_{av}	moyenne du bruit reçu sur les récepteurs	(cf. 3.6)
$\tilde{\mathbf{H}}_{av}$	vecteur ligne contenant la moyenne des colonnes de la matrice $\tilde{\mathbf{H}}$	(cf. 3.7)
\mathcal{A}	ensemble de tous les vecteurs \mathbf{s} possibles à l'émission	(cf. § 3.3.3)
L	cardinal de l'ensemble \mathcal{A}	(cf. § 3.3.3)
$\tilde{\mathcal{A}}$	ensemble de tous les vecteurs reçus, sans bruit (matrice de canal $\sqrt{\kappa}\tilde{\mathbf{H}}_m$)	(cf. § 3.3.3)
α^i	éléments de $\tilde{\mathcal{A}}$	(cf. § 3.3.3)
Q	cardinal de $\tilde{\mathcal{A}}$	(cf. § 3.3.3)
\mathcal{A}_i	sous-ensemble de \mathcal{A}	(cf. § 3.3.3)
L_i	cardinal de \mathcal{A}_i	(cf. § 3.3.3)
$p_{\nu}(\cdot)$	densité de probabilité du bruit ν	(cf. 3.14)
η	rapport du nombre de distances calculées par le BMV et le MV	(cf. 3.22)
P_{miss}	probabilité d'erreur dans la première étape du récepteur BMV	(cf. 3.24)
RSB_{out}	rapport signal sur bruit pour la première étape du récepteur BMV	(cf. 3.25)

Chapitre 4

b	nombre de voies indépendantes de symboles	(cf. 4.1)
\mathbf{F}	matrice $n_T \times b$ de précodage constituée de \mathbf{F}_v et \mathbf{F}_c	(cf. 4.1)
\mathbf{G}	matrice $b \times n_R$ de décodage constituée de \mathbf{G}_c et \mathbf{G}_v	(cf. 4.1)
\mathbf{F}_v	matrice de précodage permettant d'obtenir le canal virtuel \mathbf{H}_v	(cf. 4.2)
\mathbf{G}_v	matrice de décodage permettant d'obtenir le canal virtuel \mathbf{H}_v	(cf. 4.2)
\mathbf{F}_c	matrice de précodage permettant d'optimiser un critère	(cf. 4.2)
\mathbf{G}_c	matrice de décodage permettant d'optimiser un critère	(cf. 4.2)
f_i	i^{e} élément de la diagonale du précodeur \mathbf{F}_c	(cf. 4.7)
\mathbf{H}_v	canal virtuel diagonal affecté du bruit ν_v	(cf. 4.4)
ν_v	bruit virtuel blanc et isotrope	(cf. 4.4)
σ_i	i^{e} élément de la diagonale de \mathbf{H}_v , classés par ordre décroissant	(cf. 4.4)
\mathcal{L}_0	puissance crête maximale	(cf. 4.6)
μ	multiplicateur de Lagrange	(cf. 4.8)
\mathbf{W}	matrice diagonale définie positive des poids (précodeur MMSE pondéré)	(cf. 4.9)
\mathcal{D}_{min}	distance Euclidienne minimale	(cf. 4.10)
$RSB(\mathbf{F}_c)$	matrice de RSB en sortie du récepteur en fonction du précodeur \mathbf{F}_c	(cf. 4.12)
ρ_i	RSB du i^{e} sous-canal	(cf. 4.14)
α_M	paramètre pour estimer le TEB d'une modulation MAQ- M	(cf. 4.17)
β_M	paramètre pour estimer le TEB d'une modulation MAQ- M	(cf. 4.17)
W_0	fonction W de Lambert d'indice 0	(cf. 4.19)
\mathbf{F}_{PU}	précodeur utilisant le critère de la puissance uniforme	(cf. § 4.5.1)
\mathbf{F}_{Capa}	précodeur utilisant le critère du maximum de capacité	(cf. § 4.5.2)
\mathbf{F}_{MMSE}	précodeur utilisant le critère du minimum de l'erreur quadratique moyenne	(cf. § 4.5.3)
\mathbf{F}_{TEE}	précodeur utilisant le critère des taux d'erreurs égaux	(cf. § 4.5.4)
\mathbf{F}_{MBER}	précodeur diagonal utilisant le critère du minimum du TEB	(cf. § 4.5.5)
\mathbf{F}_{AMBER}	précodeur approximé utilisant le critère du minimum du TEB	(cf. § 4.5.5)
\mathbf{F}_{SC}	précodeur de sélection d'antennes, constitué de zéros et de uns	(cf. 4.24)

Chapitre 5

$\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$	précodeur maximisant la distance Euclidienne minimale	(cf. 5.2)
\mathcal{D}_{s1r1}	distance Euclidienne minimale pour le symbole 1 sur le récepteur 1	(cf. 5.6)
\mathcal{D}_{s2r1}	distance Euclidienne minimale pour le symbole 2 sur le récepteur 1	(cf. 5.6)
\mathcal{D}_{s1r2}	distance Euclidienne minimale pour le symbole 1 sur le récepteur 2	(cf. 5.7)
\mathcal{D}_{s2r2}	distance Euclidienne minimale pour le symbole 2 sur le récepteur 2	(cf. 5.7)
\mathcal{D}_{s1}	distance Euclidienne minimale pour le symbole 1	(cf. 5.8)
\mathcal{D}_{s2}	distance Euclidienne minimale pour le symbole 2	(cf. 5.8)
\mathbf{A}	matrice unitaire issue de la SVD de $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$	(cf. 5.10)
$\mathbf{\Sigma}$	matrice diagonale issue de la SVD de $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$	(cf. 5.10)
\mathbf{B}	matrice unitaire issue de la SVD de $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$	(cf. 5.10)
ψ	angle de la forme trigonométrique de la matrice $\mathbf{\Sigma}$	(cf. 5.12)
θ	angle de la forme trigonométrique de la matrice \mathbf{B}	(cf. 5.13)
θ_{max}	valeur maximale pour l'angle θ	(cf. 5.14)
\mathbf{F}_Q	précodeur réel maximisant \mathcal{D}_{min} pour $\rho_1 > 4\rho_2$	(cf. 5.21)
\mathcal{D}_Q	distance Euclidienne minimale obtenue avec le précodeur \mathbf{F}_Q	(cf. 5.22)

Chapitre 6

$\check{\mathcal{X}}$	ensemble des vecteurs différences notés $\check{\mathbf{a}}, \check{\mathbf{b}}, \check{\mathbf{c}}, \dots$	(cf. 6.4)
γ	angle de la forme trigonométrique du canal virtuel \mathbf{H}_v	(cf. 6.8)
θ	angle de la forme trigonométrique de la matrice \mathbf{B} (précodeur $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ complexe)	(cf. 6.11)
\mathbf{F}_{BPSK}	précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation BPSK	(cf. 6.14)
d_{BPSK}	distance Euclidienne minimale obtenue avec le précodeur \mathbf{F}_{BPSK}	(cf. 6.15)
\mathbf{F}_{l1}	précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation QPSK ($\gamma < \gamma_0$)	(cf. 6.16)
d_{l1}	distance Euclidienne minimale obtenue avec le précodeur \mathbf{F}_{l1}	(cf. 6.17)
\mathbf{F}_{octo}	précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation QPSK ($\gamma \geq \gamma_0$)	(cf. 6.18)
d_{octo}	distance Euclidienne minimale obtenue avec le précodeur \mathbf{F}_{octo}	(cf. 6.22)
γ_0	seuil optimal de basculement entre les précodeurs \mathbf{F}_{l1} et \mathbf{F}_{octo}	(cf. 6.26)

Introduction et présentation

Dans l'étude des systèmes de communication numérique deux grands types de problèmes se posent généralement :

Le premier se pose lorsque la quantité d'information à transmettre est fixe et que l'on souhaite réduire la durée de la transmission. C'est le cas par exemple du téléchargement d'une image. Pour augmenter le débit de l'information transmise il est nécessaire d'utiliser au mieux la capacité du canal, avec des modulations et des codages adaptés. Le débit final sera variable et dépendra des conditions de la communication.

La seconde configuration correspond à un débit d'information fixe et imposé par l'application (parole sur téléphone mobile, radio numérique, etc.). Dans ce cas c'est la qualité de la transmission que l'on souhaite améliorer en réduisant autant que possible le Taux d'Erreur Binaire (TEB). C'est dans ce cadre que se place le travail de ce mémoire.

Depuis quelques années les transmissions numériques sans fil sont en pleine expansion avec les satellites, la radio et la télévision numériques, la domotique et bien sûr les téléphones mobiles. Les ressources en canaux de transmission sont de plus en plus saturées, en particulier dans la bande de la téléphonie mobile. Ce phénomène est accru par l'arrivée de nouveaux services tels que l'accès à Internet et la transmission d'images via les téléphones mobiles. Ces services demandent des débits de plus en plus importants, et comme le nombre d'utilisateurs continue d'augmenter, la quantité d'information transmise croît très rapidement.

Une solution pour pallier cette saturation des ressources consiste à améliorer l'efficacité spectrale des communications, c'est à dire le débit utile par unité de bande occupée. Cela peut se faire au niveau du type de signal émis, avec des modulations et/ou des codages plus efficaces. Toutefois les systèmes actuels sont déjà performants et la limite théorique donnée par la capacité de Shannon reste toujours insuffisante pour les besoins futurs.

Une autre solution est étudiée depuis quelques années pour améliorer la capacité des canaux dans les environnements sujets à des trajets multiples. Il s'agit d'une architecture de transmission basée sur l'utilisation de plusieurs antennes à l'émission et à la réception. Ces architectures, dites MIMO (Multiple Input Multiple Output), ont été développées de manière significative par les laboratoires Bell en 1997. Elles permettent d'atteindre à la fois de très hautes efficacités spectrales et de lutter efficacement contre les évanouissements du signal. L'idée générale est de tirer profit de la dimension spatiale du canal et d'exploiter les trajets multiples

plutôt que de les supprimer.

Nous allons étudier ici ces systèmes MIMO et leurs taux d'erreurs binaires, puis, nous allons diminuer les erreurs produites lors des transmissions.

Organisation du document

Le mémoire s'articule en 6 chapitres :

1. Le premier chapitre introduit rapidement les systèmes MIMO, le modèle de canal le plus utilisé, sa capacité et les récepteurs les plus courants. L'association des systèmes MIMO avec la modulation OFDM est présentée succinctement.
2. Le deuxième chapitre porte sur l'étude d'une modulation OFDM associée à un système MIMO. L'estimateur de Julier et Uhlmann, concurrent du filtre de Kalman étendu dans le domaine de la robotique, est utilisé pour estimer rapidement le TEB d'une communication MIMO-OFDM. L'estimateur de Julier et Uhlmann détermine un petit nombre de points pour « capturer » la densité de probabilité d'un bruit avant une transformation non-linéaire, ce qui permet d'estimer numériquement le bruit en sortie de la transformation (le récepteur ici), et donc le TEB.
3. Lorsque le canal de transmission présente peu de diversité, les performances décroissent rapidement et un récepteur Zero Forcing (ZF) ou à annulations successives ordonnées d'interférences (OSIC) n'est plus suffisant. Le chapitre trois présente, dans le cas d'un canal de Rice, un récepteur rapide basé sur le maximum de vraisemblance (BMV). Les performances atteintes sont très proches de l'optimal pour un coût calculatoire réduit.
4. Le quatrième chapitre recense les principaux précodeurs linéaires de la littérature et présente notre représentation diagonale simplifiée du canal. Cette représentation permet de retrouver plus simplement les précodeurs linéaires de la littérature et d'analyser leurs politiques d'allocation de puissance. Remarquant que tous les précodeurs de la littérature sont diagonaux dans notre représentation, nous introduisons notre précodeur linéaire diagonal optimal au sens du TEB et sa version approximée. La méthode de la sélection d'antennes est vue ensuite, illustrant l'intérêt d'un précodage non-diagonal et du critère de distance minimale.
5. Le chapitre suivant porte sur nos précodeurs réels basés sur la distance minimale. L'optimisation de ces précodeurs est facilitée par l'emploi de notre représentation diagonale du canal et par une paramétrisa-

tion trigonométrique des précodeurs. Avec une modulation MAQ-4 à l'émission, les coefficients réels de ces précodeurs non-diagonaux permettent d'obtenir en réception la forme d'une constellation MAQ-16. Les précodeurs sont alors optimisés pour maximiser la distance minimale, ce qui donne d'excellents résultats en terme de taux d'erreurs binaires.

6. Le dernier chapitre présente les précodeurs complexes optimaux au sens de la distance minimale. La méthode numérique de recherche est présentée en détails, puis illustrée par deux exemples pour les modulations BPSK et MAQ-4. La forme (non-diagonale) obtenue pour les précodeurs est très simple et peut être utilisée directement par l'émetteur. De plus les taux d'erreurs binaires sont les meilleurs de tous les systèmes étudiés.

La conclusion et les perspectives sur ce travail terminent ce document.

Chapitre 1

Introduction aux systèmes MIMO et MIMO-OFDM

Le but de ce chapitre n'est pas de faire une présentation exhaustive des systèmes MIMO, mais simplement de les présenter brièvement afin de poser le cadre du travail effectué et les notations générales du document.

1.1 Présentation des systèmes multi-antennes

Les communications sur le canal radio-mobile se sont fortement développées ces dernières années, aussi bien en terme de nombre d'utilisateurs que de débit par utilisateur. Ceci entraîne la saturation des ressources radio-fréquence dans les lieux de forte population. Dès lors, il existe une forte demande pour augmenter l'efficacité spectrale de ces communications.

D'un autre côté, les transmissions via le canal radio mobile sont fortement pénalisées par les évanouissements du signal, dus à la fois aux trajets multiples et aux interférences entre symboles.

Pour pallier ces deux inconvénients, une solution est étudiée depuis quelques années. Il s'agit d'une architecture de transmission basée sur l'utilisation de plusieurs antennes à l'émission et à la réception. Ces architectures, dites MIMO (Multiple Input Multiple Output), ont été développées par les laboratoires Bell en 1997 [1], [2]. Elles permettent d'atteindre à la fois de très hautes efficacités spectrales et de lutter efficacement contre les évanouissements du signal. L'idée générale est de tirer profit de la dimension spatiale du canal et d'exploiter les trajets multiples plutôt que de les supprimer.

Bien sûr, les systèmes multi-antennes sont connus depuis longtemps, mais jusqu'à récemment ils étaient utilisés pour donner de la directivité à l'émetteur ou au récepteur. Pour ces systèmes dits « conventionnels », lorsque l'émetteur possède plusieurs antennes, il émet sur chacune d'elles une version déphasée du même symbole, fournissant ainsi une directivité réglable à l'émetteur. Le récepteur avec plusieurs antennes peut lui aussi, en pondérant le signal de chaque capteur, choisir une direction de réception privilégiée.

Les systèmes MIMO étudiés ici agissent différemment, en réalisant un multiplexage spatial qui augmente

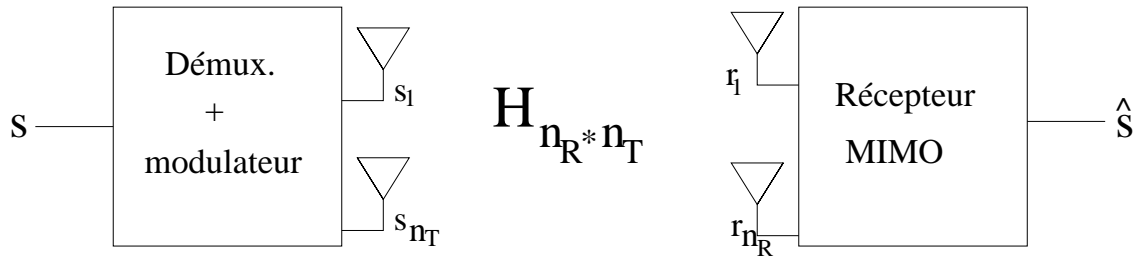


FIG. 1.1 – Principe d'un système MIMO. Les informations sont démultiplexées en n_T voies pour être modulées et émises simultanément.

la capacité de la transmission (cf. figure 1.1). Les antennes émettrices transmettent chacune un symbole différent, indépendant de celui des autres antennes, mais en utilisant la même modulation, la même fréquence porteuse et en étant synchronisées. La bande passante utilisée reste identique à celle d'un système mono-émetteur, mais comme plusieurs symboles sont émis, l'efficacité spectrale augmente.

En présence de réflecteurs, le signal émis par une antenne arrive sous plusieurs versions, retardées et atténuées, sur chaque antenne réceptrice. La somme de ces échos forme des interférences qui peuvent être soit constructives, soit destructives (évanouissements). Si les antennes réceptrices sont suffisamment espacées, typiquement d'une demi-longueur d'onde, elles ne seront que rarement victimes d'évanouissements simultanés (cf. section 1.2). Ceci facilite la récupération de l'information émise. Prenons par exemple une transmission SISO (Single-Input Single-Output), avec des évanouissements de l'ordre de 20 à 40 dB [3]. Avec un système MIMO de seulement deux émetteurs et deux récepteurs, les évanouissements ne seront plus que d'environ 10 dB, soit un gain de 10 à 30 dB qui facilite grandement la réception.

Une autre façon de présenter l'intérêt des systèmes MIMO est de dire qu'ils sont très efficaces car ils peuvent utiliser toutes les techniques des transmissions SISO, en plus de deux techniques qui leur sont propres. Les systèmes SISO emploient deux techniques de diversité : la diversité temporelle et la diversité fréquentielle.

- La diversité temporelle s'applique pour les canaux sélectifs en temps. L'information est répétée dans le temps à intervalles plus grands que le temps de cohérence du canal (durée minimale entre deux évanouissements indépendants). La diversité temporelle est généralement utilisée avec de l'entrelacement et du codage correcteur d'erreur.
- La diversité fréquentielle s'utilise pour les canaux sélectifs en fréquence. L'information est répétée sur une bande de fréquence plus large que la bande de cohérence du canal (espacement fréquentiel minimal entre deux fréquences affectées d'évanouissements indépendants). La diversité fréquentielle s'emploie généralement à l'aide de techniques d'étalement de spectre ou multi-porteuses [4], [5], [6].

Les systèmes MIMO peuvent adopter ces deux formes de diversité, plus deux autres techniques qui leur sont propres : la diversité spatiale et le multiplexage spatial.

- La diversité spatiale consiste à utiliser plusieurs antennes distantes d'au moins la distance de cohérence du canal (distance minimale pour obtenir des évanouissements indépendants). La diversité spatiale

existe à l'émission et en réception, mais elle n'y joue pas tout à fait le même rôle. En effet la diversité spatiale à l'émission, aussi appelée diversité de transmission, diffère selon que l'émetteur connaisse ou non le canal (cf. section 4.2). Si l'émetteur connaît le canal il peut en profiter pour optimiser la transmission, sinon il utilisera plutôt un code espace-temps (STC) [7], [8], [9], [10].

- Le multiplexage spatial consiste à séparer les données en plusieurs voies parallèles, qui sont alors émises simultanément sur les différentes antennes. La capacité du système s'en trouve améliorée sans augmenter la puissance à l'émission.

Nous allons maintenant voir succinctement le modèle de canal MIMO le plus utilisé, avant d'introduire les formules classiques sur la capacité.

1.2 Modèle de canal MIMO à évanouissements

Nous nous limitons, dans ce mémoire, à l'utilisation d'un modèle mono-utilisateur dans un canal non sélectif en fréquence car limité à une bande étroite. Dans ce cas, le modèle discret en bande de base classiquement utilisé consiste en une matrice \mathbf{H} , dont chaque coefficient complexe h_{ij} représente la fonction de transfert entre la i^e antenne réceptrice et la j^e antenne émettrice. Pour un système avec n_T antennes à l'émission et n_R antennes en réception, le vecteur reçu \mathbf{r} peut s'écrire :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\nu} \quad (1.1)$$

avec $\mathbf{s} = [s_1 \dots s_{n_T}]^T$ le vecteur de symboles émis, \mathbf{H} la matrice de canal de dimension $n_R \times n_T$ et $\boldsymbol{\nu} = [\nu_1 \dots \nu_{n_R}]^T$ le vecteur de bruit additif gaussien en réception. Nous supposons que $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^*] = \mathbf{I}_{n_T}$, $E[\boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\nu}^*] = \mathbf{R}$ et $E[\mathbf{s}\boldsymbol{\nu}^*] = 0$.

Lorsque le canal subit des évanouissements de Rayleigh, les éléments de \mathbf{H} sont indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) suivant une loi gaussienne complexe centrée : $h_{ij} = (a + \sqrt{-1}b) \sim \mathcal{CN}(0,1)$. De façon équivalente les réels a et b sont i.i.d. et suivent une loi gaussienne centrée $\mathcal{N}(0, \frac{1}{2})$. Les éléments de \mathbf{H} ont une phase uniformément distribuée et une amplitude qui suit une loi de Rayleigh. Ce modèle est typique d'un environnement avec de nombreux échos et un écart suffisant entre les antennes.

Nous reprenons aussi les hypothèses classiques que le canal reste constant durant la transmission d'un bloc de données et que le récepteur connaît parfaitement la matrice de canal \mathbf{H} . Cette connaissance peut s'obtenir soit par des symboles d'apprentissage soit par estimation aveugle du canal. Il peut exister un lien de retour, du récepteur vers l'émetteur, permettant de connaître le canal à l'émission.

Il existe de nombreux autres modèles pour s'adapter aux différentes configurations, et leur étude constitue un sujet de recherche d'actualité [11, 12, 13]. Nous utiliserons le modèle ci-dessus durant tout le mémoire, sauf dans le chapitre 3.

1.3 Capacité des canaux MIMO

La capacité des systèmes MIMO est un sujet d'actualité dans la littérature [14] [15], dont nous ne présentons ici que le minimum pour montrer l'intérêt des transmissions MIMO. Afin de pouvoir comparer les différentes capacités que nous allons voir, la puissance totale moyenne émise p_0 reste constante. Lorsque le nombre d'antennes varie à l'émetteur, alors la puissance est répartie entre les n_T antennes de façon à ce que leur somme reste égale à p_0 . Si aucune connaissance du canal n'est disponible à l'émetteur, la répartition de puissance uniforme est optimale en terme de capacité (chaque antenne émet une puissance p_0/n_T) [1].

Pour les formules de capacité les notations suivantes sont utilisées :

- La puissance du bruit est identique sur chaque antenne réceptrice¹ et est notée σ_ν^2 .
- p_R est défini comme la puissance moyenne qui serait reçue sur chaque antenne si un seul émetteur utilisait toute la puissance p_0 (donc un canal SIMO).
- Le rapport signal sur bruit moyen (RSB) sur chaque antenne de réception² est $\rho_R = p_R/\sigma_\nu^2$, et est indépendant de n_T .

Canal SISO

La capacité d'un canal SISO est [16] :

$$C = \log_2(1 + \rho_R) \quad \text{bps/Hz.} \quad (1.2)$$

Elle augmente lentement, en fonction du logarithme de $1 + \rho_R$. Lorsque le RSB est élevé, un gain de 3 dB sur ρ_R ne fournira une augmentation de capacité que d'un bit par seconde par hertz (bps/Hz).

Canal SIMO

Un canal SIMO (Single Input, Multiple Output), est un système multi-antennes conventionnel réalisant, par exemple, de la formation de voie conventionnelle en réception. Sa capacité est donnée par [17] :

$$C = \log_2\left(1 + \rho_R n_R^2\right) \quad \text{bps/Hz.} \quad (1.3)$$

Sa capacité augmente en fonction du logarithme de $1 + \rho_R n_R^2$, soit un peu moins lentement que dans le cas SISO. Elle reste toutefois petite devant celle du canal MIMO, car la dimension spatiale du système n'est que partiellement exploitée.

1. Le bruit est supposé blanc, si ce n'est pas le cas alors il peut être blanchi à l'entrée du récepteur (cf. section 4.3).

2. Dans les chapitres 4, 5 et 6 sur les précodeurs linéaires nous normaliserons \mathbf{H} et nous utiliserons le rapport entre la puissance émise p_0 et la puissance totale du bruit $n_R \sigma_\nu^2$. En effet l'action des précodeurs modifie la puissance reçue et ρ_R ne fournirait pas une base de comparaison identique pour tous les précodeurs.

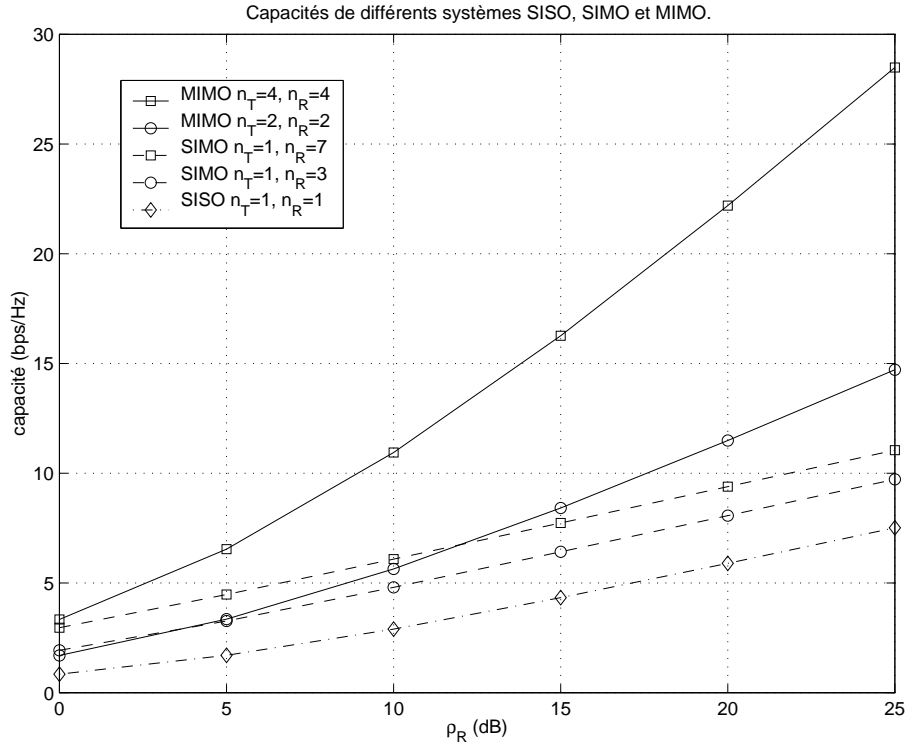


FIG. 1.2 – Capacités de systèmes SIMO et MIMO à 4 et 8 antennes par rapport au canal SISO. Le multiplexage spatial permet d'augmenter beaucoup plus rapidement la capacité.

Canal MIMO

Pour un canal MIMO, avec une puissance de p_0/n_T sur chaque émetteur, la capacité est [1, 17] :

$$C = \log_2 \left(\det \left[\mathbf{I}_{n_R} + \frac{\rho_R}{n_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^* \right] \right) \quad \text{bps/Hz.} \quad (1.4)$$

En particulier lorsque n_T et n_R sont grands, l'espérance de la capacité pour un canal de Rayleigh croît proportionnellement à n_R :

$$E[C] \approx n_R \log_2(1 + \rho_R) \quad \text{bps/Hz.} \quad (1.5)$$

La capacité augmente donc beaucoup plus vite que dans les cas SISO et SIMO. La figure 1.2 représente l'espérance de la capacité en fonction du RSB pour plusieurs valeurs de n_T et n_R . Mille tirages de \mathbf{H} , effectués suivant la loi définie précédemment, ont été utilisés pour tracer ces courbes.

- Dans le cas SISO ($n_T = 1$ et $n_R = 1$) la capacité varie de 1 à 7,5 bps/Hz environ. Elle reste faible et croît lentement avec le RSB, ce qui illustre bien les limitations des transmissions SISO. Malgré les techniques actuelles, qui permettent de tirer le maximum d'un canal SISO, sa capacité est une borne qui ne peut être dépassée et un système multi-antennes, même sous-exploité, obtiendra de meilleures performances.
- Les deux exemples SIMO ($n_T = 1, n_R = 3$ et $n_R = 7$) montrent les bornes supérieures des traitements

sans multiplexage spatial. Le passage à trois antennes en réception permet de gagner 2 bps/Hz par rapport au SISO, ce qui n'est pas très important, en particulier à fort RSB. Avec $n_R = 7$ le gain est d'environ 1,5 bps/Hz, ce qui est peu pour quatre antennes supplémentaires. Comme pour les systèmes SISO la capacité augmente lentement, ce qui reste la principale limitation des systèmes SIMO, à fort RSB notamment.

- Les deux exemples MIMO ont le même nombre total d'antennes que les systèmes SIMO, de façon à faciliter les comparaisons ($n_T + n_R = 4$ et 8). Pour un RSB de 0 dB, le système MIMO avec $n_T = 2$ et $n_R = 2$ a une capacité équivalente à celle du système SIMO avec quatre antennes. La capacité MIMO augmente ensuite beaucoup plus rapidement, pour finir avec un gain de plus de 50 % à 25 dB de RSB. Exactement les mêmes commentaires peuvent être faits sur les systèmes MIMO et SIMO à huit antennes. Nous pouvons aussi vérifier que la capacité du système MIMO à huit antennes est presque le double de celle du système à quatre antennes.

L'avantage en capacité des systèmes MIMO est principalement dû à l'exploitation des trajets multiples. Tout d'abord ils permettent au récepteur de différencier les différentes antennes d'émission, et donc d'émettre plusieurs symboles simultanément. Ensuite, chaque trajet est une réplique du signal émis, et est donc porteur d'information utile. Nous pouvons aussi dire que chaque trajet est l'équivalent du signal direct émis par une antenne virtuelle, ce qui augmente virtuellement le nombre d'antennes émettrices [18], [19].

Le prix à payer pour cette augmentation de la capacité est tout d'abord matériel, avec la multiplication des antennes et de leur électronique associée, mais aussi logiciel, avec des récepteurs nettement plus complexes et demandant plus de puissance de calcul.

1.4 Récepteurs les plus courants

Dans les systèmes MIMO le récepteur du maximum de vraisemblance (MV) demande une importante puissance de calcul, en particulier lorsque le nombre d'antennes et la taille de l'alphabet des symboles sont grands. D'autres structures de récepteurs sont donc utilisées, bien qu'elles soient sous-optimales en terme de TEB. Les deux types de structures les plus répandues sont l'égaliseur linéaire et l'égaliseur à retour de décision. Ces égaliseurs sont analogues aux égaliseurs SISO du même nom, bien connus dans la littérature [20]. Pour les deux structures d'égaliseur, le critère peut être soit le minimum de l'erreur quadratique moyenne (MMSE), soit l'annulation de l'interférence entre symboles (Forçage à Zéro, ZF). Nous nous limitons ici au cas du canal fixe supposé parfaitement connu au récepteur, mais des versions adaptatives existent [21].

1.4.1 Récepteur linéaire du Forçage à Zéro (ZF)

Ce récepteur est le plus simple et, en général, le moins performant. Il cherche à annuler les contributions des autres émetteurs sur chaque symbole. Ceci revient à inverser la matrice de transfert du canal :

$$\hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{H}^* \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^* \mathbf{r} \quad (1.6)$$

Lorsque \mathbf{H} est mal conditionnée, son inversion multiplie le bruit, qui dégrade alors sérieusement les performances à faible RSB. Autrement dit, l'annulation complète des interférences entre symboles (IES) peut dégrader les performances en augmentant le bruit. Si \mathbf{H} n'est pas de rang plein ($\text{rang } k < n_T$) seuls k symboles peuvent être démodulés pour chaque vecteur de n_T symboles.

1.4.2 Récepteur linéaire MMSE

Ce critère minimise l'erreur moyenne quadratique due à la fois au bruit et aux interférences entre symboles, contrairement au récepteur ZF qui ne s'occupe que des interférences entre symboles. Son expression est bien connue dans la littérature [9] :

$$\hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{H}^* \mathbf{H} + \frac{n_T}{\rho} \mathbf{I}_{n_R})^{-1} \mathbf{H}^* \mathbf{r} \quad (1.7)$$

avec $\rho = \frac{p_0}{\sigma_v^2}$, le RSB moyen par antenne de réception.

Ce récepteur résiste mieux au bruit que le récepteur ZF, mais ne sépare pas parfaitement les sous-canaux. À haut RSB, le récepteur MMSE tend vers le récepteur ZF car σ_v^2 tend vers 0.

1.4.3 Récepteur à retour de décision V-BLAST

Le principe de l'algorithme du récepteur V-BLAST a été présenté dans [22]. Il s'agit d'un égaliseur à retour de décision adapté à la structure des systèmes MIMO. L'égaliseur peut utiliser soit le critère du forçage à zéro, soit le critère du MMSE. Son principe est le suivant : le symbole de l'émetteur le plus favorisé (possédant le meilleur RSB suivant le critère considéré) est démodulé en premier. Sa contribution au vecteur reçu \mathbf{r} est ensuite annulée, ce qui augmente le RSB sur les autres émetteurs (à chaque bonne décision). Cette étape est répétée jusqu'au dernier émetteur, le moins favorisé. Ce récepteur est aussi noté dans la littérature OSIC (Ordered Successive Interference Cancellation). Les six étapes de la réception d'un vecteur sont les suivantes :

1. Choix de l'antenne i correspondant au meilleur RSB.
2. Le symbole s_i de l'émetteur i choisi est démodulé, sa valeur est stockée pour la suite. Le RSB de l'émetteur i étant le plus élevé, la probabilité d'erreur de s_i est la plus faible, d'où le choix de le démoduler en premier.

3. En multipliant la i^{e} colonne de \mathbf{H} avec s_i , on obtient la contribution de s_i sur chaque composante du vecteur reçu \mathbf{r} .
4. Cette contribution est soustraite du vecteur \mathbf{r} , afin d'obtenir ce qui aurait été reçu en l'absence du symbole s_i . Cette opération améliore le RSB des autres symboles, à condition que la bonne valeur de s_i ait été choisie [2].
5. La i^{e} colonne de la matrice \mathbf{H} est forcée à zéro, formant la matrice de canal entre toutes les antennes sauf le i^{e} émetteur. Cette matrice devient la nouvelle matrice de canal pour l'itération suivante, le i^{e} symbole ayant déjà été démodulé.
6. Les étapes 1 à 5 sont répétées n_T fois, jusqu'à ce que tous les symboles soient démodulés.

Cet algorithme améliore nettement les performances du récepteur, sans trop augmenter sa charge de calcul. Comme pour tous les égaliseurs à retour de décision, son principal inconvénient est la propagation des erreurs. Une fois qu'une mauvaise décision a été prise sur la valeur d'un symbole, une mauvaise contribution est retirée au vecteur \mathbf{r} , ce qui entraîne que les symboles suivants seront presque certainement mal estimés.

1.4.4 Récepteur du maximum de vraisemblance (MV)

Le récepteur du maximum de vraisemblance (MV) permet les meilleures performances en TEB. En effet, il est optimal si les vecteurs émis \mathbf{s} sont équiprobables, ce qui est le cas puisque les symboles s_i sont équiprobables et que les n_T voies émises en parallèles sont indépendantes. Il s'exprime classiquement de la façon suivante :

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \quad (1.8)$$

Toutefois sa charge de calcul devient rapidement très importante car elle augmente exponentiellement avec le nombre d'antennes à l'émission (M^{n_T} pour une modulation à M états) et linéairement avec le nombre d'antennes en réception n_R . Lorsque le coût calculatoire devient prohibitif, il est possible de le diminuer en utilisant l'algorithme du décodage par sphères généralisé (GSD), qui obtient un niveau de performance semblable [23], [24], [25].

La figure 1.3 montre un exemple de TEB pour les cinq récepteurs que nous venons de présenter succinctement. Naturellement leurs performances augmentent avec leur complexité. Nous retrouverons ces différents récepteurs tout au long de notre présentation, mais dans les chapitres 4, 5 et 6 nous utiliserons exclusivement le récepteur optimal (MV), afin de comparer dans les meilleures conditions les précodeurs étudiés.

1.5 Extension aux systèmes MIMO-OFDM

Le modèle de transmission pour les systèmes MIMO que nous avons vu dans la section 1.2 est un modèle limité à une bande étroite. Dans ce cas, le coefficient de propagation entre deux antennes se représente par un

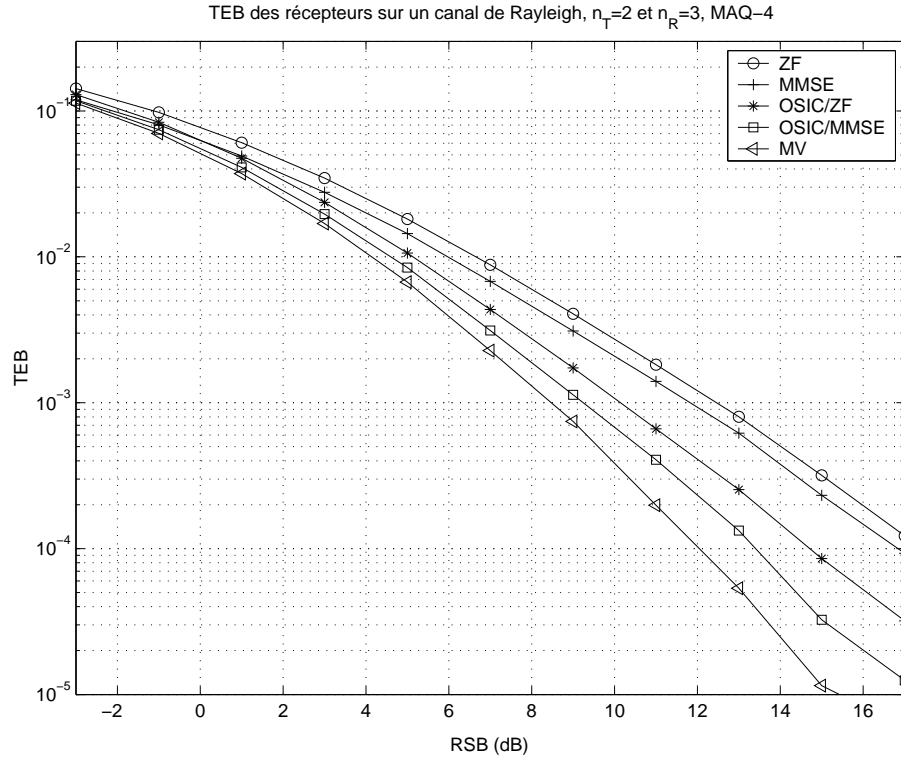


FIG. 1.3 – TEB des cinq principaux récepteurs MIMO pour 10 000 tirages de \mathbf{H} et un bruit blanc.

nombre complexe. Si on élargit la bande passante, le canal peut être représenté par un filtre dont le nombre de coefficients dépend de la largeur de la bande considérée. La matrice de canal \mathbf{H} devient alors une matrice de vecteurs, chaque vecteur correspondant au filtre entre deux antennes. Ceci complique beaucoup le récepteur MIMO, et actuellement une solution plus simple et très efficace est largement étudiée ([26], [27], [14], [28], [29]) : la large bande passante du système est divisée en sous-bandes étroites indépendantes [30], un récepteur MIMO travaillant indépendamment dans chaque sous-bande. La division en sous-bandes indépendantes est réalisée grâce à la modulation OFDM, solution classique sur les canaux à évanouissements.

1.5.1 Rappels sur la modulation OFDM

La modulation OFDM (Multiplex à Division de Fréquences Orthogonales) est une méthode de transmission multiporteuses [31] dont de nombreuses variantes existent [32]. Nous n'aborderons ici que la version la plus classique [33]. Si l'on note P le nombre de sous-porteuses utilisées, alors P symboles vont être émis simultanément, un par sous-porteuse. Les symboles sont choisis dans l'alphabet d'une modulation d'amplitude et/ou de phase. Nous utiliserons ici une modulation MAQ- M . La durée symbole, T_u , détermine l'écart fréquentiel entre les sous-porteuses. En effet, le signal étant observé durant la durée d'un symbole par le récepteur, toutes les fréquences séparées de $1/T_u$ sont orthogonales. Les P sous-porteuses sont généralement choisies avec un écart de $1/T_u$, afin d'être orthogonales et de pouvoir être démodulées indépendamment.

Pour rester dans les grandes lignes du principe, on peut dire que le signal émis est généré à partir d'une

transformée de Fourier discrète inverse d'un paquet de P symboles MAQ- M en bande de base. Pour s'affranchir des interférences avec les symboles émis précédemment, on insère au début du signal un intervalle de garde dont la durée doit être au moins égale à celle de l'écho le plus éloigné³ [36]. Le signal en bande de base ainsi constitué est ensuite mis sur porteuse, autour d'une fréquence centrale f_c .

En réception, le signal est d'abord ramené en bande de base, puis une transformée de Fourier discrète est appliquée sur la partie « utile » de chaque symbole OFDM, et l'intervalle de garde est ainsi supprimé. Généralement le signal émis durant le temps de garde est la recopie des derniers échantillons du paquet. Il en découle que la convolution linéaire entre le filtre du canal et le signal des données peut être remplacée par une convolution circulaire. Cela présente deux avantages importants :

1. Les paquets de données (P symboles) sont indépendants, l'effet des échos sur un paquet ne dépend pas des paquets précédents.
2. L'effet du canal pouvant être vu comme une convolution circulaire, nous pouvons utiliser le fait que la transformée de Fourier discrète transforme une convolution en multiplication. Chaque sous-canal est alors caractérisé simplement par un coefficient complexe, ce qui simplifie l'égalisation au récepteur.

En résumé, la modulation OFDM transforme le canal large bande en un ensemble de P sous-canaux à bande étroite, chaque sous-canal étant indépendant des autres. Chaque symbole de la MAQ- M est transmis sur un sous-canal, caractérisé par son coefficient complexe.

1.5.2 Principe de l'association MIMO et OFDM

Le principe d'un système MIMO-OFDM est présenté figure 1.4. Les données à émettre sont démultiplexées en n_T voies indépendantes, pour être émises sur chaque antenne via un modulateur OFDM. En réception, le signal de chaque sous-porteuse est séparé, antenne par antenne, à l'aide de n_R démodulateurs OFDM [37]. Pour chaque sous-porteuse, le signal des différentes antennes est démodulé avec un récepteur MIMO classique. Au final les données des P récepteurs MIMO sont multiplexées dans l'ordre initial.

Le canal MIMO large bande est modélisé par P matrices \mathbf{H}_p ($n_R \times n_T$), chaque matrice correspondant à la réponse du canal pour la fréquence de la p^e sous-porteuse [38].

Pour illustrer l'intérêt de l'association des systèmes MIMO avec la modulation OFDM, nous allons prendre un exemple en simulant un canal d'acoustique sous-marine (ASM). Le canal ASM petit fond est un canal très difficile pour la transmission horizontale, notamment en raison des réflexions sur le fond [39]. La modulation OFDM est connue et utilisée avec succès depuis plusieurs années [36], mais jusqu'à présent toujours dans un cadre mono-émetteur et mono-récepteur. Des expériences ont été menées avec plusieurs émetteurs et un précodeur à conjugaison de phase dans ce type de canal [40] et [41], et les résultats obtenus peuvent laisser penser que les systèmes MIMO pourraient être utilisés en ASM. Loin de penser ce problème

3. Il existe plusieurs variantes pour cet intervalle de garde, qui peut même être supprimé en utilisant un égaliseur [34], [35]. Nous nous limitons ici à la solution la plus simple.

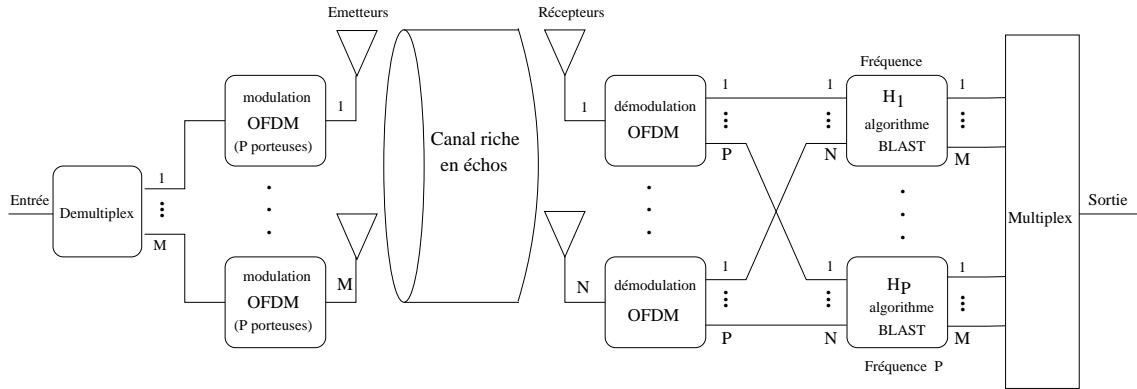


FIG. 1.4 – Principe d'un système MIMO-OFDM.

résolu, la simulation présentée ici est un cas extrêmement simplifié dont le seul but est d'illustrer l'association MIMO-OFDM.

Le détail des conditions de la simulation est présenté dans l'annexe A, mais les principaux paramètres sont les suivants : l'émetteur MIMO possède 4 transducteurs ($n_T = 4$), et le récepteur 8 hydrophones ($n_R = 8$). La distance de la transmission est de 5 km et la durée de la réponse impulsionnelle du canal est de 96 ms (temps entre l'arrivée du premier et du dernier trajet, [42]). La fréquence porteuse est de 10 kHz, d'où une longueur d'onde d'environ 15 cm.

Dans ces conditions de transmission un système MIMO mono-porteuse est extrêmement limité en débit. Pour éviter l'interférence entre symboles (IES), la durée de 96 ms de la réponse impulsionnelle du canal impose une durée symbole T_s plus longue, 200 ms par exemple (100 ms pour attendre la fin de l'IES et 100 ms pour la réception du symbole). Avec une modulation MAQ-4 le débit est de 10 bits par seconde (bps) par voie, soit 40 bps avec 4 transducteurs, ce qui est très faible, même en ASM. La bande passante utilisée est approximativement $1/T_s = 5$ Hz seulement.

Avec une modulation OFDM nous allons pouvoir augmenter le débit en élargissant la bande passante. La démodulation du symbole se fait sur les 100 dernières millisecondes, les sous-porteuses seront donc espacées de 10 Hz pour être orthogonales. En prenant $P = 64$ sous-porteuses⁴, la bande passante sera de 640 Hz et le débit des symboles MAQ- M de $64 \times 5 = 320$ symboles par seconde par antenne. Avec une MAQ-4, le débit binaire de notre système MIMO-OFDM sera de $4 \times 320 \times 2 = 2\,560$ bps, P fois plus que le système MIMO pour la même efficacité spectrale.

Les figures 1.5 et 1.6 permettent de comparer les capacités de l'OFDM et du MIMO-OFDM dans le cadre de notre exemple en ASM.

La figure 1.5 représente des capacités pour l'OFDM. Une seule antenne étant utilisée à l'émission et à la réception, nous avons choisi le meilleur couple parmi les 32 possibles ($n_T = 4$ et $n_R = 8$). La capacité

4. Le nombre de sous-porteuses est souvent une puissance de 2 pour accélérer les calculs des transformées de Fourier directes et inverses.

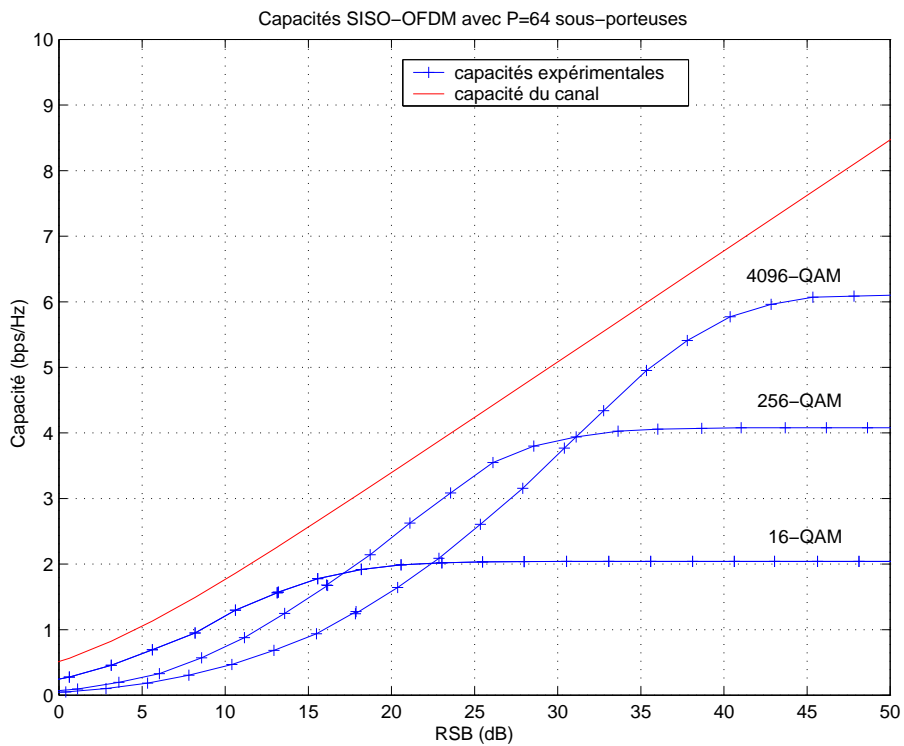


FIG. 1.5 – Capacité du système SISO-OFDM dans l'exemple de canal sous-marin. L'émetteur et le récepteur ont été choisis en prenant le meilleur couple émetteur-récepteur du canal MIMO de la figure 1.6.

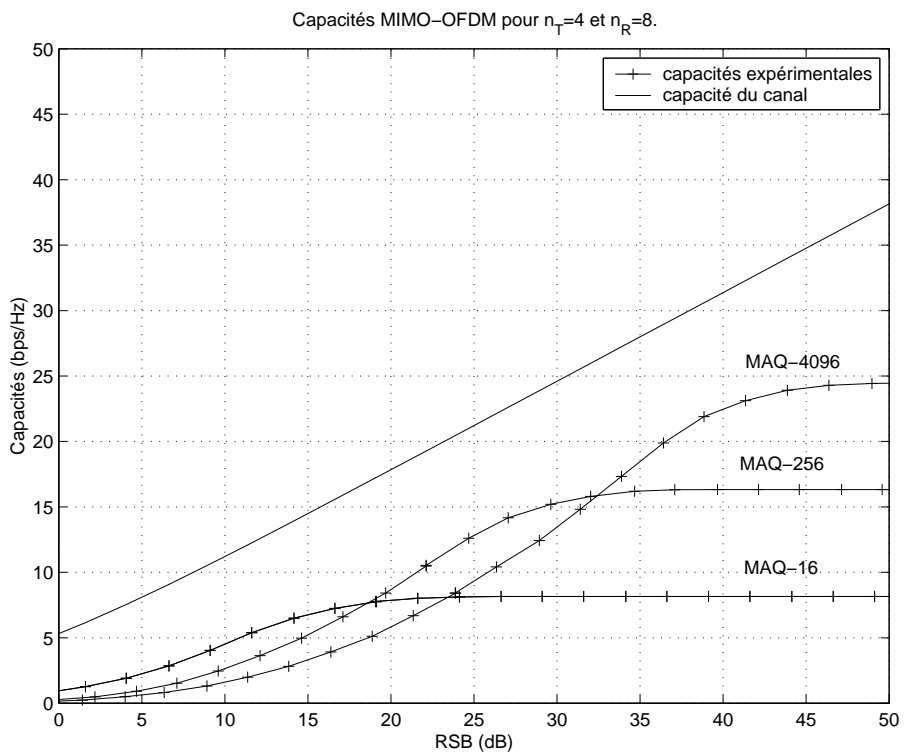


FIG. 1.6 – Capacités du système MIMO-OFDM dans l'exemple de canal sous-marin.

théorique représente la capacité du canal, calculée par la formule habituelle :

$$C = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P C_p \quad (1.9)$$

C_p représentant la capacité du canal pour la sous-porteuse p . Elle est obtenue de la façon suivante :

$$C_p = \eta \log_2(1 + \rho_p) \quad (1.10)$$

avec ρ_p le RSB de la sous-porteuse p et le coefficient $\eta = \frac{T_u}{T_u + T_g}$, qui tient compte de la perte d'efficacité spectrale dans le temps de garde.

Les capacités expérimentales C_{exp} sont calculées en utilisant les formules :

$$c = 1 + TEB \times \log_2(TEB) + (1 - TEB) \times \log_2(1 - TEB) \quad (1.11)$$

$$C_{exp} = \eta \times n_T \times n \times c \quad (1.12)$$

avec ici $n_T = 1$ et $n = \log_2 M$, le nombre de bits transmis par symbole MAQ- M . Trois cas de modulations sont représentées : MAQ-16, MAQ-256 et MAQ-4096. Ce dernier cas est irréaliste en pratique, mais il est présenté pour montrer que la capacité expérimentale continue à augmenter lorsque le RSB augmente.

La figure 1.6 représente les mêmes capacités pour le système MIMO-OFDM, avec les mêmes modulations MAQ- M . Les formules de capacités expérimentales sont identiques à celles du système OFDM, et la capacité C_p est étendue au canal MIMO :

$$C_p = \eta \log_2(\det[\mathbf{I}_{n_R} + \rho_p \mathbf{H}_p \mathbf{H}_p^*]) \quad (1.13)$$

La comparaison avec la figure précédente montre le gain important en capacité et donc en débit, puisque la même bande passante est utilisée. Pour comparer les performances en TEB des deux systèmes il faut les mettre dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même puissance émise, la même bande passante et le même débit. Pour obtenir le même débit il faut augmenter le nombre de bits par symbole pour l'OFDM. Sur la figure 1.7 l'OFDM utilise une modulation MAQ-256 et le MIMO-OFDM une modulation MAQ-4, afin d'obtenir la même efficacité spectrale. Les performances du MIMO-OFDM sont nettement meilleures, illustrant pour cet exemple le net apport de la diversité spatiale, même combinée avec une modulation OFDM. De son côté la modulation OFDM permet d'élargir simplement la bande passante d'un système MIMO, et d'augmenter son débit tout en conservant sa grande efficacité spectrale.

Puisque l'association MIMO-OFDM peut être modélisée par des systèmes MIMO indépendants à des fréquences différentes, tout le travail sur les précodeurs MIMO des chapitres 4, 5 et 6 peut s'étendre facilement à des précodeurs MIMO-OFDM.

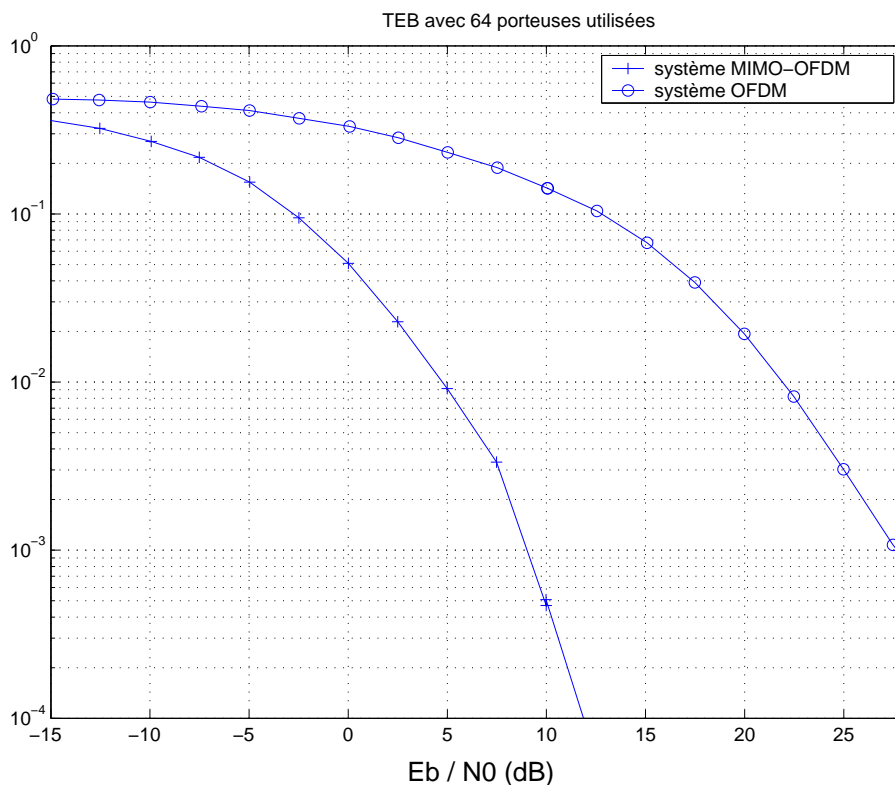


FIG. 1.7 – Comparaison entre l'OFDM et MIMO-OFDM pour un débit binaire et une bande passante identiques. L'OFDM utilise une MAQ-256 et le MIMO-OFDM une MAQ-4 avec 4 émetteurs et 8 récepteurs.

1.6 Conclusion

Les communications MIMO ne sont un centre d'intérêt que depuis peu de temps. Il reste donc de très nombreux points à approfondir, comme par exemple les modèles sur les matrices de canal, les architectures adaptatives et les effets non-linéaires induits par la diaphonie entre les voies.

Dans les travaux présentés dans ce mémoire toutes les communications sont non-codées, afin de mieux voir les effets des différentes parties étudiées. Dans un système complet, il faudrait bien sûr coder l'information mais cela n'apporterait rien aux simulations réalisées ici. En supposant le codage antérieur à la modulation, ce qui est généralement le cas, toute amélioration de la probabilité d'erreur sur les symboles transmis réduira le taux d'erreur de l'information codée.

Nous allons maintenant voir une méthode pour estimer rapidement le taux d'erreur d'une transmission MIMO, en réduisant le temps de calcul des simulations réalisées.

Chapitre 2

Estimation rapide du TEB d'une transmission MIMO-OFDM

2.1 Introduction

Dans l'étude d'une chaîne de transmission numérique, les performances du système sont généralement exprimées en terme de Taux Erreur Bit (TEB) en fonction du Rapport Signal sur Bruit (RSB). Il est rarement possible d'obtenir ces courbes de façon analytique à cause de la structure du récepteur (non-linéarité, fonction implicite du type $\arg \min$, etc.). On est donc obligé de se rabattre sur des techniques de simulation numériques. La plus utilisée est la méthode de Monte Carlo (MC) qui consiste à faire un grand nombre de tirages de bruit pour obtenir une statistique à la sortie du récepteur. Cette méthode se révèle fastidieuse lorsque l'on cherche un jeu de courbes paramétrées ou que l'on veut descendre à des TEB faibles. D'autres méthodes du type « importance sampling » peuvent être mises en œuvre pour limiter le nombre de tirages [43].

Ici nous appliquons¹ aux communications numériques une méthode proposée dans le domaine de la robotique en 1996 par Julier et Uhlmann (JU) et aussi connue sous le nom de « *Unscented* » [45, 46]. Cette méthode est très générale et a été utilisée récemment dans des domaines aussi variés que la localisation de sources sous-marines [47], la synchronisation de récepteurs Chaos Shift Keying [48], la conversion de coordonnées polaires bruitées en coordonnées cartésiennes [49], l'estimation simultanée de l'état d'un système et de son modèle dynamique [50] et l'égalisation de canaux [51]. La méthode de JU peut être vue comme un filtre particulière [52, 53, 54] avec un nombre minimum de particules. Ces deux techniques peuvent même être fusionnées pour donner un estimateur extrêmement performant [55].

Ici nous proposons de remplacer l'estimation classique du TEB par la méthode de MC en utilisant la méthode de JU qui s'affranchit du tirage aléatoire par un choix déterministe des échantillons de la distribution du bruit. Ces échantillons permettent de calculer les deux premiers moments du bruit en sortie du récepteur

1. Les résultats présentés ici ont fait l'objet d'une publication au GRETSI en 2001 [44].

puis d'estimer le TEB grâce à une formule théorique classique. La difficulté réside alors, pour la plupart des cas, dans l'obtention de la formule théorique de probabilité d'erreur (ou au moins une approximation). On présente des résultats dans le contexte d'un système de transmissions multi-antennes (MIMO) avec une modulation OFDM utilisant une constellation MAQ. On considère ici deux types de récepteur, le premier qui utilise un décodeur linéaire de type « Zero Forcing » et le second basé sur un décodeur non-linéaire utilisant l'algorithme V-BLAST [22]. Dans ce dernier cas, on ne dispose pas de formule du TEB mais nous en proposons une approximation qui prend en compte la stratégie propre de l'algorithme V-BLAST.

L'intérêt principal de la méthode de JU réside dans sa rapidité d'utilisation. En effet, on peut changer un certain nombre de paramètres, tel que le nombre d'états de la constellation, le nombre d'antennes, etc., pour avoir des résultats rapides en terme de TEB sans avoir recours à chaque fois à des tirages de MC coûteux en temps de calcul. Les résultats obtenus sont suffisamment précis dans la majorité des cas, mais cette précision doit toutefois être validée en quelques points particuliers par un tirage de MC.

2.2 Modèle MIMO associé à une modulation OFDM

Pour faciliter la lecture du document cette partie fait un rappel des notations du chapitre 1 que nous allons utiliser ici.

Les systèmes de transmission de type MIMO permettent d'atteindre des capacités très importantes (de l'ordre de 20 bit/s/Hz) grâce à l'exploitation de la diversité spatiale du canal. Mais le débit de transmission est limité par la durée symbole qui doit être grande devant la durée de la réponse impulsionnelle du canal. L'utilisation d'une modulation OFDM classique dans un système MIMO permet de s'affranchir de cette contrainte simplement en assurant un temps de garde supérieur au dernier écho du canal.

Nous faisons ici l'hypothèse classique que l'émetteur (avec n_T antennes) et le récepteur (avec n_R antennes) sont parfaitement synchronisés et que l'instant de décision est optimal. De même, le canal est supposé avoir été estimé par le récepteur et la puissance totale émise p_0 est équirépartie entre les n_T émetteurs.

On montre [30] qu'un système MIMO-OFDM en bande de base à P sous-porteuses peut être vu comme P branches parallèles et indépendantes d'un système MIMO mono-porteuse, comme cela est illustré figure 2.1.

Si $\mathbf{s}_p = [s_{p1}, \dots, s_{pn_T}]^T$ est le vecteur des symboles émis par la p^e sous-porteuse alors le vecteur reçu correspondant est décrit par la relation matricielle :

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{H}_p \mathbf{s}_p + \nu_p \quad p = 1, \dots, P \quad (2.1)$$

où $\nu_p = [\nu_{p1}, \dots, \nu_{pn_R}]^T$ est le vecteur de bruit additif, blanc, gaussien, centré, complexe de matrice de covariance $\mathbf{R}_\nu = E[\nu_p \nu_p^*] = \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_{n_R}$ où \mathbf{I}_{n_R} est la matrice identité $n_R \times n_R$. La matrice de canal \mathbf{H}_p de dimension $n_R \times n_T$ est telle que l'élément h_{ij} représente le gain complexe entre le j^e émetteur et le i^e récepteur associé à la p^e sous-porteuse.

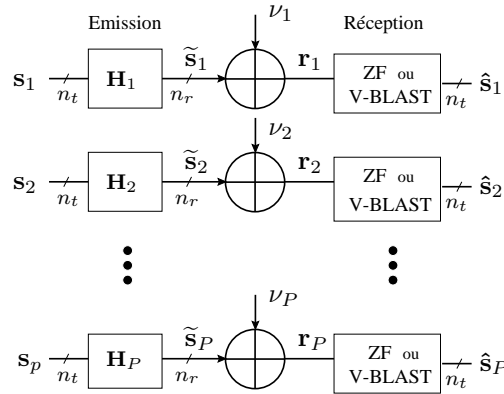


FIG. 2.1 – Système équivalent en bande de base d’une transmission MIMO avec une modulation OFDM à P sous-porteuses.

Nous allons utiliser ici deux types de récepteurs MIMO : le ZF et le V-BLAST qui peut être considéré comme un ZF itératif à retour de décision.

- Dans le cas du « Zero Forcing » le récepteur est linéaire, égal à $\mathbf{G}_p = (\mathbf{H}^* \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^*$ (pseudo-inverse de \mathbf{H}_p) [22].
- Le principe de l’algorithme du récepteur V-BLAST est présenté dans [22] : le symbole de l’émetteur le plus favorable, correspondant au meilleur RSB, est démodulé en premier. Sa contribution à la réception est ensuite annulée, ce qui maximise le RSB sur les autres émetteurs à chaque bonne décision. Cette étape est répétée jusqu’au dernier émetteur, le moins favorisé au niveau RSB. Ce récepteur est aussi noté dans la littérature OSIC (Ordered Successive Interference Cancellation).

Dans tout système de communication numérique le bruit en sortie du récepteur peut être vu comme la transformation du bruit d’entrée ν_p par le démodulateur. Nous allons pouvoir estimer la variance du bruit en sortie du récepteur à l’aide de la méthode JU, ce qui nous permettra d’estimer le TEB de la transmission.

2.3 Présentation de l’estimateur de Julier et Uhlmann

La méthode de Julier et Uhlmann [45], récemment proposée en robotique dans le cadre de la trajectographie, est concurrente du filtre de Kalman Étendu [56, 57]. Elle porte sur le problème général de l’approximation de la transformation non-linéaire d’une variable aléatoire :

À partir d’un vecteur aléatoire \mathbf{x} de dimension n , caractérisé par sa moyenne $\bar{\mathbf{x}}$ et sa matrice de covariance \mathbf{R}_x , nous cherchons à estimer les deux premiers moments $\bar{\mathbf{y}}$ et \mathbf{R}_y du vecteur \mathbf{y} de dimension m tel que :

$$\mathbf{y} = T(\mathbf{x}) \quad (2.2)$$

avec $T(\cdot)$ transformation linéaire ou non-linéaire, qui peut être explicite (carré, intégrale,...) ou implicite

(min, max, ...).

Dans certains cas, par exemple lorsque $T(\cdot)$ est linéaire, les valeurs exactes de $\bar{\mathbf{y}}$ et \mathbf{R}_y peuvent être calculées. Toutefois, dans le cas général, ces solutions n'existent pas et des approximations doivent être faites. La solution classique consiste alors à linéariser la transformation T autour de la valeur de \mathbf{x} considérée. Cette méthode présente plusieurs inconvénients, dont les deux principaux sont l'imprécision lorsque T est fortement non-linéaire et le biais non nul dans de nombreux cas [49]. La méthode de JU est basée sur l'intuition « *qu'il est plus facile d'approximer une densité de probabilité qu'une transformation non-linéaire arbitraire* ».

Notre but ici étant d'expliquer simplement la méthode, nous écrivons les équations suivantes sans toute la rigueur nécessaire à une démonstration. Pour ceci le lecteur pourra se reporter à [46] ou à [58].

Le développement en série de Taylor de l'équation 2.2 autour de la valeur $\bar{\mathbf{x}}$ peut s'écrire :

$$\begin{aligned} T(\mathbf{x}) &= T(\bar{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x}) \\ &= T(\bar{\mathbf{x}}) + \nabla T \delta\mathbf{x} + \frac{1}{2!} \nabla^2 T \delta\mathbf{x}^2 + \frac{1}{3!} \nabla^3 T \delta\mathbf{x}^3 + \frac{1}{4!} \nabla^4 T \delta\mathbf{x}^4 + \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

avec $\delta\mathbf{x}$ vecteur aléatoire gaussien centré de matrice de covariance \mathbf{R}_x , et $\frac{1}{i!} \nabla^i T \delta\mathbf{x}^i$ le i^{e} terme de la série de Taylor. Ce terme peut se mettre sous la forme :

$$\frac{1}{i!} \nabla^i T \delta\mathbf{x}^i = \frac{1}{i!} \left(\sum_{j=1}^n \delta x_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right)^i T(\mathbf{x}) \Bigg|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \quad (2.4)$$

Par exemple, pour une transformation T d'un espace de dimension $n = 2$ dans un espace de dimension $m = 2$, nous avons $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$ et $\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T$. En notant $T(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x})]^T$, les deux premiers termes de la série de Taylor sont :

$$\nabla T \delta\mathbf{x} = \delta x_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + \delta x_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{2!} \nabla^2 T \delta\mathbf{x}^2 = \frac{1}{2!} \left(\delta x_1^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + 2\delta x_1 \delta x_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x_1 \partial x_2} + \delta x_2^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right) \quad (2.6)$$

Le calcul de $\bar{\mathbf{y}}$ se résume à un calcul d'espérance :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}} &= E [T(\bar{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x})] \\ &= T(\bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2} \nabla^2 T \mathbf{R}_x + \frac{1}{24} \nabla^4 T E[\delta\mathbf{x}^4] + \dots \end{aligned} \quad (2.7)$$

De même pour \mathbf{R}_y :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E \left[\{\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}\} \{\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}\}^T \right] \\ &= \nabla T \mathbf{R}_x (\nabla T)^T + \frac{1}{2 \times 4!} \nabla^2 T (E[\delta\mathbf{x}^4] - E[\delta\mathbf{x}^2 \mathbf{R}_x] - E[\mathbf{R}_x \delta\mathbf{x}^2] + \mathbf{R}_x^2) (\nabla^2 T)^T \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{3!}\nabla^3TE[\delta\mathbf{x}^4](\nabla T)^T + \dots \quad (2.8)$$

La linéarisation classique au premier ordre néglige les termes d'ordre deux ou plus dans l'équation 2.3. Les équations 2.7 et 2.8 deviennent alors :

$$\bar{\mathbf{y}} = T(\bar{\mathbf{x}}) \quad (2.9)$$

$$\mathbf{R}_y = \nabla T \mathbf{R}_x (\nabla T)^T \quad (2.10)$$

La méthode de JU, que nous allons voir, possède plusieurs avantages. Elle estime parfaitement les deux premiers ordres de $\bar{\mathbf{y}}$ et le premier ordre de \mathbf{R}_y , mais de façon plus simple. De plus, il est possible de diminuer les erreurs d'ordre quatre en intervenant sur un paramètre (κ).

Pour arriver à ce résultat, la méthode de JU représente les 2 premiers moments de \mathbf{x} par un ensemble de l échantillons \mathcal{X}_i de poids W_i . Pour \mathbf{x} vecteur réel de dimension n , on aura $l = 2n + 1$ échantillons donnés par :

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \bar{\mathbf{x}} & W_0 &= \kappa/(n + \kappa) \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} + \left(\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{R}_x}\right)_i & W_i &= 1/2(n + \kappa) \\ \mathcal{X}_{i+n} &= \bar{\mathbf{x}} - \left(\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{R}_x}\right)_i & W_{i+n} &= 1/2(n + \kappa) \end{aligned} \quad (2.11)$$

où $\left(\sqrt{(n + \kappa)\mathbf{R}_x}\right)_i$ correspond à la i ème ligne de la racine carrée de la matrice $(n + \kappa)\mathbf{R}_x$.

Le paramètre κ donne un degré de liberté que l'on fixe à $\kappa = 3 - n$ dans le cas où \mathbf{x} est un vecteur gaussien. Cette valeur réduit les erreurs d'ordre quatre puisque, dans ce cas, le kurtosis est égal à trois [49].

Ensuite, chacun des échantillons \mathcal{X}_i subit la transformation T pour donner les échantillons $\mathcal{Y}_i = T(\mathcal{X}_i)$. On obtient alors une estimée de la moyenne et de la covariance de \mathbf{y} :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}} &= \sum_{i=0}^{l-1} W_i \mathcal{Y}_i \\ \mathbf{R}_y &= \sum_{i=0}^{l-1} W_i \{\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}\} \{\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}\}^* \end{aligned} \quad (2.12)$$

Les calculs détaillés du choix de ces échantillons \mathcal{X}_i et de ces pondérations W_i sont donnés dans [58].

La figure 2.2 illustre sur un exemple simple la méthode de JU en la comparant avec la méthode de MC. La partie de gauche représente la méthode de MC, avec un tirage de 1000 valeurs du vecteur \mathbf{x} . Chacun de ces 1000 vecteurs est transformé par la fonction T pour obtenir 1000 vecteurs \mathbf{y} . Les moyennes et les matrices de covariance de \mathbf{x} et \mathbf{y} sont estimées à partir de ces 1000 valeurs. Les cercles représentent les matrices de covariance en traçant les ellipses de confiance à 95% [59]. Sur la partie de droite nous pouvons voir en haut les $l = 2n + 1 = 5$ vecteurs \mathcal{X}_i , qui donnent en bas à droite leurs 5 images $\mathcal{Y}_i = T(\mathcal{X}_i)$. $\bar{\mathbf{y}}$ et \mathbf{R}_y sont alors estimées en utilisant les équations 2.12.

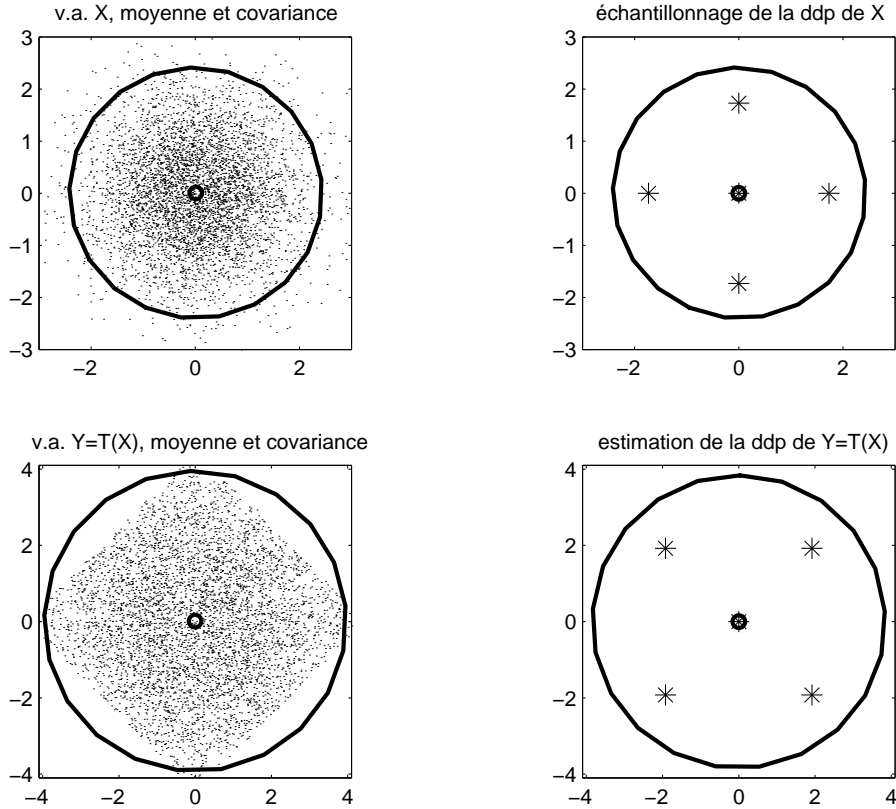


FIG. 2.2 – Exemple d'une transformation T d'un vecteur \mathbf{x} de dimension $n = 2$ vers un vecteur \mathbf{y} de dimension $m = 2$. Les deux figures de gauche montrent la méthode de MC pour estimer les deux premiers moments de \mathbf{y} . Les deux figures de droite illustrent la méthode de JU pour arriver à un résultat similaire. Les cinq « * » indiquent respectivement les \mathcal{X}_i et \mathcal{Y}_i sur les figures du haut et du bas. Les cercles représentent les ellipses de confiance à 95%. Le gain en temps de calcul est ici de 2000 (10 000 points pour MC et 5 pour JU).

Nous allons maintenant appliquer cette méthode à un système MIMO-OFDM, dont le récepteur sera la transformée T .

2.4 Application à l'estimation du TEB

Dans un système MIMO-OFDM le TEB est la moyenne des TEB par émetteur et par sous-porteuse :

$$P_{eb} = \frac{1}{P} \frac{1}{n_T} \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^{n_T} p_{e_{ip}} \quad (2.13)$$

Nous allons utiliser une modulation MAQ-4 dont le TEB, pour un système mono-émetteur et mono-récepteur dans un canal gaussien, est donné par :

$$p_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2V^{\Re}}} + \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2V^{\Im}}} \quad (2.14)$$

où V^{\Re} et V^{\Im} sont les variances des parties réelle et imaginaire du bruit en sortie du récepteur².

Avec un récepteur ZF, pour chaque émetteur, on peut injecter (2.14) dans (2.13) pour obtenir le TEB de la transmission (cf. section 2.4.1). Dans le cas d'un récepteur V-BLAST, le retour de décision implique une dépendance dans la démodulation des symboles. On ne pourra donc pas appliquer directement la stratégie précédente (cf. section 2.4.2).

2.4.1 Récepteur « Zero Forcing »

Afin d'estimer le bruit en sortie de récepteur ZF on forme, pour chaque sous-porteuse, un vecteur bruit de dimension $2n_R$ en séparant partie réelle et partie imaginaire $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^{\Re} ; \mathbf{x}^{\Im}]^T = [\Re(\nu_p) ; \Im(\nu_p)]^T$. La moyenne et la matrice de covariance du vecteur \mathbf{x} à l'entrée du récepteur sont données par³ :

$$\bar{\mathbf{x}} = E[\mathbf{x}] = \mathbf{0}_{2n_R} \quad \mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^*] = \frac{\sigma_v^2}{2} \mathbf{I}_{2n_R} \quad (2.15)$$

où $\mathbf{0}_n$ est le vecteur nul de dimension n .

En utilisant (2.11) et (2.15), on construit les l échantillons \mathcal{X}_i qui « capturent » les moments d'ordre 1 et 2 du vecteur bruit \mathbf{x} ($l = 2 \times 2n_R + 1$). Chaque \mathcal{X}_i forme un échantillon de bruit qui est ajouté au signal transmis $\mathbf{H}_p \mathbf{s}_p$. Ce signal bruité est ensuite démodulé par le récepteur ZF pour donner \mathcal{Y}_i de dimension $2n_T$.

En appliquant (2.12) avec les pondérations W_i on obtient une estimation du vecteur moyenne $\bar{\mathbf{y}}$ et de la matrice de covariance \mathbf{R}_y du bruit \mathbf{y} en sortie du récepteur.

On extrait de la matrice \mathbf{R}_y les parties réelles V_i^{\Re} et imaginaires V_i^{\Im} des variances de chaque émetteur ($i = 1, \dots, n_T$). En appliquant la procédure à chaque sous-porteuse les équations (2.13) et (2.14) nous donnent le TEB.

Le traitement du récepteur ZF étant linéaire il est possible de calculer analytiquement la covariance du bruit en sortie du récepteur par :

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{G}_p \mathbf{R}_v \mathbf{G}_p^* \quad (2.16)$$

Les valeurs numériques obtenues en utilisant cette formule sont strictement identiques à celles estimées par la méthode de JU, ce qui était prévisible dans ce cas.

Les figures 2.3 et 2.4 illustrent la méthode JU sur un exemple de transmission MAQ-4 simple ($n_R = n_T = 1, P = 64$). Le v.a. \mathbf{x} représente le bruit complexe à l'entrée du récepteur. Ses parties réelles et imaginaires étant séparées, le vecteur \mathbf{x} est de dimension 2. La transformation T indique la fonction réalisée par le récepteur et le vecteur transformé \mathbf{y} correspond à la sortie du récepteur.

La figure 2.3 représente les nuages de points de la constellation obtenus par la méthode de MC. La covariance des symboles $1 + i$ est représentée par son ellipse de confiance à 95%.

2. Les parties réelle et imaginaire du bruit sont supposées ici indépendantes.

3. Notez que la méthode s'applique au cas général d'une matrice de covariance de bruit quelconque.

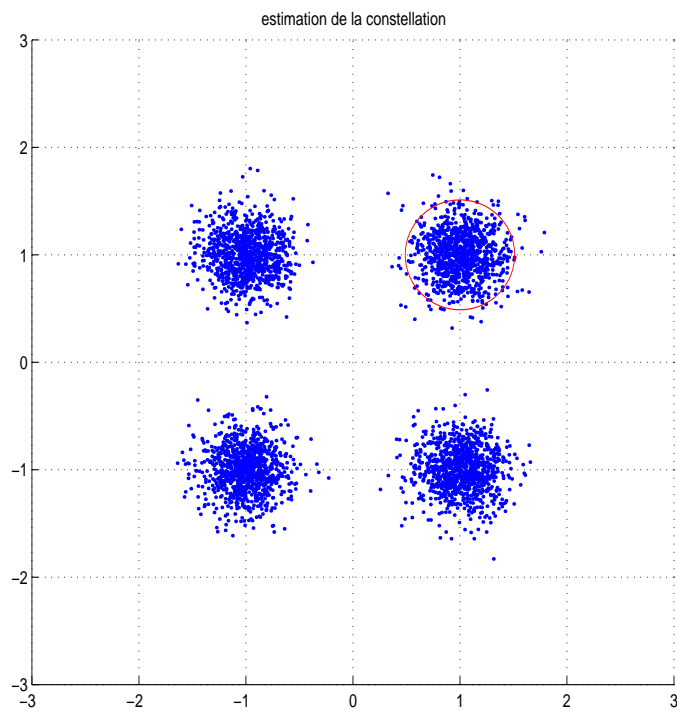


FIG. 2.3 – Méthode de Monte Carlo. Les points représentent la valeur du signal en sortie du récepteur ZF, pour chacun des symboles émis en présence de bruit. La covariance du symbole $1 + i$ est estimée numériquement et représentée par son ellipse de confiance à 95%.

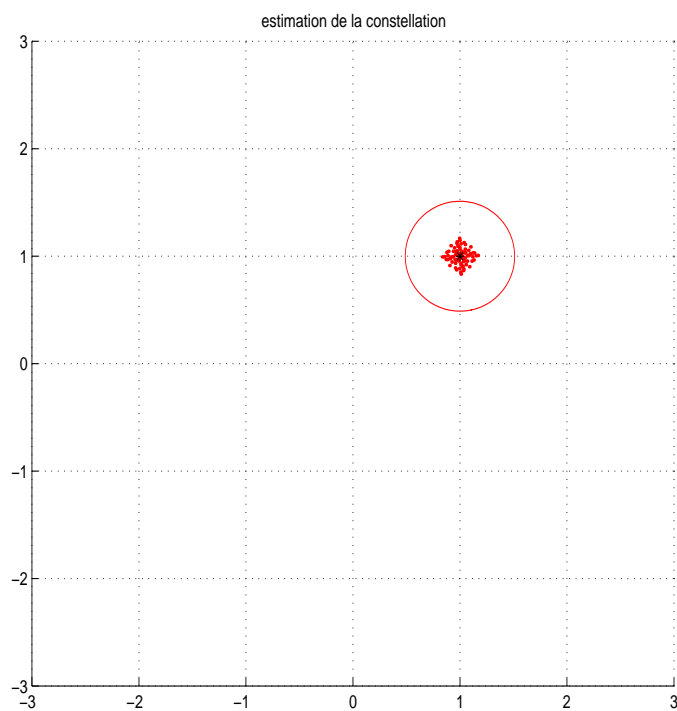


FIG. 2.4 – Méthode de Julier et Uhlmann : résultat similaire pour le symbole $1 + i$. Le gain de temps de calcul dépend du nombre d'antennes et de la taille du tirage de MC (gain de 100 ici).

La figure 2.4 représente la même chose, mais avec la méthode de JU. Les points sont les vecteurs \mathcal{Y}_i et l'ellipse de confiance à 95% est la même que sur la figure précédente.

Avec un système MIMO-OFDM nous retrouverions les mêmes types de figures pour chacune des P sous-porteuses.

2.4.2 Récepteur V-BLAST

Pour le récepteur V-BLAST il faut tenir compte de l'ordre de démodulation des symboles. En effet lors de la prise de décision sur le 1^{er} symbole trois cas peuvent se présenter :

- i) le symbole est correct (probabilité $\bar{p}_{t_{11}}$ donnée par (2.20)),
- ii) la partie réelle est fautive (probabilité $p_{t_{11}}^{\Re}$ donnée par (2.18)),
- iii) la partie imaginaire est fautive (probabilité $p_{t_{11}}^{\Im}$ donnée par (2.19)).

Ceci implique trois matrices de covariance possibles pour le 2^e symbole (\mathbf{R}_{21} , \mathbf{R}_{22} et \mathbf{R}_{23}) et donc trois TEB donnés par (2.17). Cette procédure se répète jusqu'à obtenir la structure en « arbre » de la figure 2.5 présentée pour 3 émetteurs.

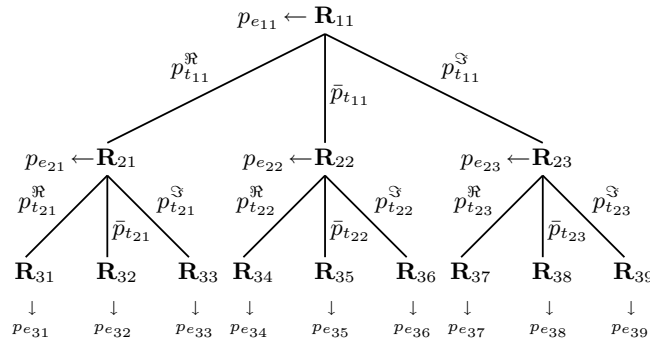


FIG. 2.5 – Représentation en « arbre » des matrices de covariance \mathbf{R}_{ij} (sur les « nœuds ») et des probabilités de transition p_t (sur les « branches ») pour 3 niveaux (3 émetteurs classés dans l'ordre utilisé par le récepteur V-BLAST). À chaque \mathbf{R}_{ij} correspond le TEB $p_{e_{ij}}$.

La méthode utilisée étant une méthode à l'ordre 2 cela revient à approximer le bruit en sortie du récepteur V-BLAST par un bruit gaussien de matrice de covariance $\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} V_{ij}^{\Re} & \times \\ \times & V_{ij}^{\Im} \end{bmatrix}$.

On utilise alors (2.14) pour obtenir le TEB correspondant :

$$p_{e_{ij}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2V_{ij}^{\Re}}} + \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2V_{ij}^{\Im}}} \quad (2.17)$$

Les probabilités de transition sur les branches sont données par⁴ :

$$p_{t_{ij}}^{\Re} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2V_{ij}^{\Re}}} \quad (2.18)$$

$$p_{t_{ij}}^{\Im} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2V_{ij}^{\Im}}} \quad (2.19)$$

$$\bar{p}_{t_{ij}} \simeq 1 - (p_{t_{ij}}^{\Re} + p_{t_{ij}}^{\Im}) \quad (2.20)$$

On obtient donc pour chaque émetteur les TEB suivants :

$$P_1 = p_{e_{11}} \quad (2.21)$$

$$P_2 = p_{t_{11}}^{\Re} p_{e_{21}} + \bar{p}_{t_{11}} p_{e_{22}} + p_{t_{11}}^{\Im} p_{e_{23}} \quad (2.22)$$

$$P_3 = p_{t_{11}}^{\Re} p_{t_{21}}^{\Re} p_{e_{31}} + \dots + p_{t_{11}}^{\Im} p_{t_{23}}^{\Im} p_{e_{39}} \quad (2.23)$$

Soit pour chaque sous-porteuse, le TEB : $P_{eb} = \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + P_3)$. Finalement le TEB du système de transmission V-BLAST associé à une modulation OFDM est obtenu en faisant la moyenne des TEB pour chaque sous-porteuse.

Les \mathbf{R}_{ij} sont estimées par la méthode de Julier et Uhlmann, les erreurs correspondantes à chaque branche étant introduites dans l'algorithme. Par exemple, la matrice de covariance \mathbf{R}_{33} est estimée en introduisant une erreur sur la partie réelle du 1^{er} symbole et une erreur sur la partie imaginaire du 2^e symbole.

Ainsi en explorant les neuf branches de l'arbre nous estimons le TEB du récepteur V-BLAST avec seulement $9 \times (4n_R + 1)$ vecteurs à démoduler pour chaque sous-porteuse. La précision du résultat obtenu est très bonne, comme le montrent les simulations ci-après⁵.

2.5 Résultats de simulations

On compare ici les résultats de l'estimation du TEB entre la méthode de MC et JU pour une transmission MIMO-OFDM de $P = 64$ sous-porteuses avec $n_T = 3$ émetteurs, $n_R = 5$ récepteurs et une MAQ-4. Ces résultats sont présentés pour les récepteurs ZF et V-BLAST. L'estimation du TEB par la méthode de JU est décrite dans les deux paragraphes précédents pour $n_T = 3$ avec une modulation MAQ-4. Cette méthode peut se généraliser simplement pour un nombre plus grand d'émetteurs (l'arborescence de l'arbre de la figure 2.5 devient plus important) et pour une constellation MAQ à M états (ou tout autre modulation avec une formule reliant le TEB au niveau de bruit en sortie du récepteur).

Le même canal gaussien, tiré aléatoirement, est utilisé pour toutes les simulations (soit un seul tirage

4. On néglige les erreurs simultanées sur les parties réelle et imaginaire, d'où l'approximation (2.20).

5. La précision de l'estimation dépend des conditions de simulation, mais dans tous les cas testés elle a toujours été meilleure que 0.1%, pour une réduction du temps de calcul d'un facteur 500 environ.

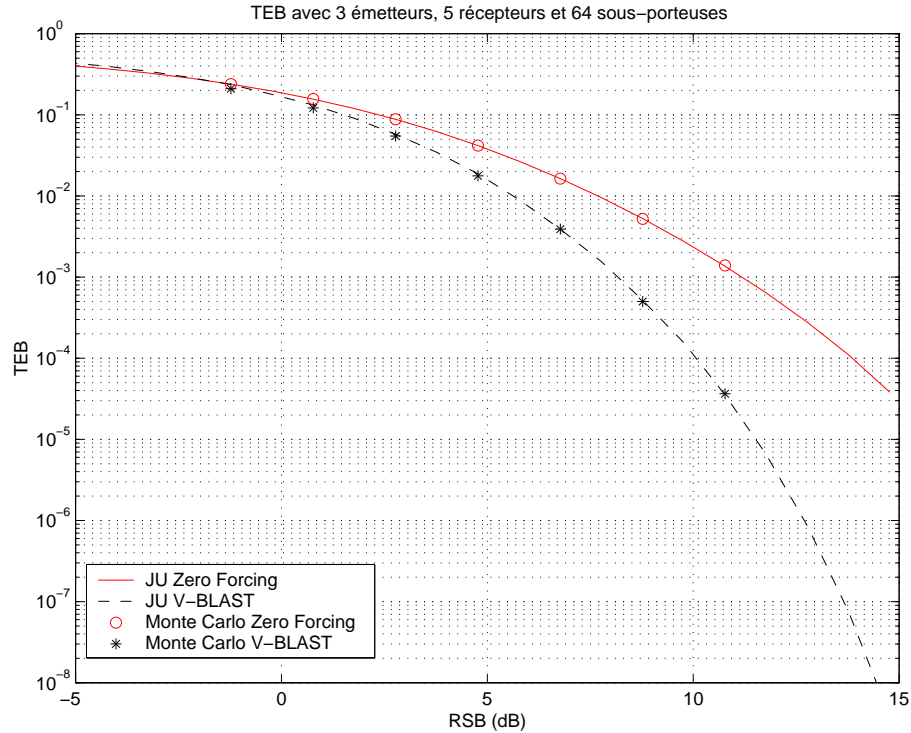


FIG. 2.6 – Comparaison du TEB entre les méthodes JU et MC pour les récepteurs ZF/OFDM et V-BLAST/OFDM. Les paramètres de simulation sont : $n_T = 3$, $n_R = 5$, $P = 64$ et 10 000 paquets de 3 symboles pour l'estimation par MC.

des matrices \mathbf{H}_p pour $p = 1, \dots, P$). Les courbes de TEB sont présentées en fonction du RSB à l'entrée du récepteur (rapport entre la puissance totale du signal après le canal et la puissance totale du bruit sur les récepteurs), donné par :

$$\text{RSB} = \frac{p_0 \sum_{p=1}^P \|\mathbf{H}_p\|^2}{P n_T n_R \sigma_v^2} \quad \text{avec :} \quad \|\mathbf{H}_p\|^2 = \text{trace}(\mathbf{H}_p^* \mathbf{H}_p) \quad (2.24)$$

Les résultats de simulations sont présentés sur la figure 2.6. La méthode d'estimation du TEB par JU est validée en plusieurs points du RSB pour les deux récepteurs en utilisant la méthode classique de Monte Carlo.

Pour les deux types de récepteurs les résultats estimés rapidement par la technique de JU sont extrêmement proches ⁵ de ceux de la méthode MC. Pour le récepteur V-BLAST les résultats sont excellents ⁵ malgré la structure non-linéaire de l'algorithme. Dans le cas du Zero Forcing la précision est même meilleure que celle de MC, puisque l'on obtient un résultat identique au calcul formel, rendu possible par la linéarité du récepteur (cf. 2.4.1).

2.6 Conclusion

Nous avons présenté une méthode numérique permettant d'obtenir très rapidement le TEB d'un système de transmission numérique multi-antennes. Dérivée de l'algorithme proposé par Julier et Uhlmann, cette méthode

utilise le même démodulateur que les techniques MC, et permet de vérifier beaucoup plus rapidement que ces dernières les résultats théoriques. L'algorithme du démodulateur peut ainsi être modifié simplement, sans refaire le programme d'estimation et l'on peut tester l'influence des modifications apportées à la chaîne de communications numériques.

On a montré que cette technique pouvait s'appliquer au contexte de transmission MIMO avec un démodulateur de type V-BLAST qui connaît actuellement un fort engouement dans les systèmes à grande efficacité spectrale.

Pour des raisons de clarté, nous nous sommes ici limités à une version de notre méthode dans laquelle l'estimation se fait sur les deux premiers moments. Dans les cas où la statistique est non-gaussienne, la méthode de Julier et Uhlmann peut s'étendre à l'ordre 4 pour affiner l'estimation [49]. D'autre part, on a considéré ici que le vecteur aléatoire à l'entrée de l'algorithme JU ne tenait compte que des caractéristiques du bruit. On peut éventuellement augmenter ce vecteur aléatoire en y incluant les statistiques du canal, par exemple pour la simulation d'un canal de Rayleigh, Rice, etc. Un travail ultérieur serait de proposer une variante à cette méthode dans le cas d'une transmission en présence d'interférences entre symboles importantes ou de codes correcteurs d'erreurs en sortie du démodulateur car, actuellement, la méthode proposée est une méthode point à point (transformation « sans mémoire »).

Chapitre 3

Récepteur MIMO basé sur le maximum de vraisemblance

3.1 Introduction

Le récepteur optimal en terme de TEB d'un système de communication numérique est bien connu, il s'agit du récepteur du maximum de vraisemblance a posteriori (MAP), qui se simplifie lorsque les symboles émis sont équiprobables pour devenir le récepteur du maximum de vraisemblance (MV). Ce récepteur MIMO est décrit succinctement section 1.4.4. Toutefois ce récepteur est difficile à mettre en œuvre dans de nombreuses applications car il impose une charge de calcul importante. Dans ce chapitre nous présentons un algorithme beaucoup plus rapide, basé sur le maximum de vraisemblance (BMV), et qui obtient des performances similaires en TEB lorsque les hypothèses que nous allons faire sur la faible diversité spatiale du canal MIMO sont vérifiées¹.

Une des limitations principales des communications MIMO provient du canal, quand celui-ci possède une faible diversité spatiale. Cela arrive classiquement lorsque les évanouissements sont corrélés [11], ou bien avec des modèles de matrice de canal \mathbf{H} , dont les éléments ne sont pas corrélés, mais qui peuvent être mal conditionnées. C'est le cas, entre autres, lorsque les coefficients de \mathbf{H} suivent une loi normale avec la même moyenne non nulle et des écarts types proportionnellement petits. Un exemple typique de ce cas est le modèle de canal de Rice, que nous allons utiliser dans ce chapitre.

Le modèle de Rice est utilisé en présence de trajets directs ou de trajets multiples fixes [20]. Lorsque ces trajets deviennent prédominants devant les trajets multiples aléatoires, la diversité spatiale diminue et les variances des coefficients de \mathbf{H} deviennent petites devant leur moyenne.

Ces canaux à faible diversité spatiale sont difficiles et les TEB obtenus sont moins bons qu'avec un canal de Rayleigh. Les performances du récepteur à retour de décision (OSIC), généralement suffisantes, se dégradent

1. Une partie du travail présenté dans ce chapitre a fait l'objet d'une publication au congrès IEEE communications 2002 [60].

fortement dans cette configuration, et un récepteur plus performant devient nécessaire.

La complexité calculatoire du récepteur MV est due à l'exploration systématique de l'ensemble \mathcal{A} de tous les vecteurs \mathbf{s} possibles à l'émission, afin de maximiser le critère de vraisemblance. L'idée du récepteur BMV présenté ici est d'utiliser le modèle de canal pour partitionner l'ensemble des vecteurs émis en différents sous-ensembles. Ceci permet de limiter la recherche des vecteurs maximisant la vraisemblance.

L'estimation du vecteur émis se déroule en deux étapes :

- La première, sous-optimale en terme de TEB, permet de choisir le sous-ensemble auquel va se restreindre la recherche du vecteur émis.
- La seconde, optimale en terme de TEB, durant laquelle le vecteur émis va être estimé parmi les éléments du sous-ensemble précédemment déterminé.

Chaque sous-ensemble possède moins d'éléments que \mathcal{A} , ce qui réduit la charge de calcul. Le prix à payer est que la méthode n'est pas optimale, puisque la première étape ne l'est pas. Toutefois les résultats obtenus sont très proches de ceux du MV, du moins tant que l'hypothèse de départ sur la distribution statistique des coefficients du canal reste valide. Ce très bon compromis TEB/complexité est obtenu par notre récepteur BMV grâce à son utilisation de la structure du modèle de canal considéré.

3.2 Modèle de canal

Nous conservons ici les notations définies dans la section 1.2 pour un système MIMO avec n_T antennes à l'émission et n_R antennes en réception. Le vecteur reçu \mathbf{r} est défini par l'équation 1.1 :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \nu \quad (3.1)$$

avec $\mathbf{s} = [s_1 \dots s_{n_T}]^T$ le vecteur de symboles émis, \mathbf{H} la matrice de canal de dimension $n_R \times n_T$ et $\nu = [\nu_1 \dots \nu_{n_R}]^T$ le vecteur de bruit additif gaussien en réception. Rappelons que nous avons supposé que $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^*] = \mathbf{I}_{n_T}$ et $E[\mathbf{s}\nu^*] = 0$. Dans ce chapitre le bruit est supposé blanc, isotrope, de puissance σ_ν^2 par antenne : $E[\nu\nu^*] = \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_{n_R}$

La différence avec la section 1.2 provient du modèle utilisé pour la matrice de canal \mathbf{H} . Dans le chapitre 1 nous avons utilisé le modèle de canal de Rayleigh. Ici nous allons utiliser le modèle de canal de Rice non-corrélé qui correspond à la combinaison de trajets multiples spéculaires et de Rayleigh [61, 62]. Ce modèle donne pour \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \sqrt{\kappa} \mathbf{H}_m + \sqrt{1 - \kappa} \tilde{\mathbf{H}} \quad (3.2)$$

avec la matrice $\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{h}_{ij}]$ dont les éléments sont i.i.d. suivant une loi gaussienne complexe centrée de variance égale à un. $\mathbf{H}_m = \gamma\beta^*$ est une matrice déterministe de rang égal à un telle que $trace(\mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^*) = n_T n_R$, avec $\gamma = (\exp(j\theta_1), \dots, \exp(j\theta_{n_R}))^T$ et $\beta = (\exp(j\theta'_1), \dots, \exp(j\theta'_{n_T}))^T$.

Le paramètre de Rice κ (compris entre zéro et un), correspond à la fraction de l'énergie du signal reçu dû aux trajets spéculaires. Pour $\kappa = 0$, il n'y a pas de trajet multiple spéculaire et le modèle de canal devient le modèle MIMO de Rayleigh. Pour κ tendant vers un, les trajets multiples spéculaires sont prédominants, \mathbf{H} est mal conditionnée et fournit une faible diversité spatiale. Pour simplifier la présentation des calculs, et sans perte de généralité, nous supposons le canal connu au récepteur et à l'émetteur. Il est alors possible de faire une compensation de phase et de normaliser \mathbf{H} . Ceci simplifie l'équation 3.2, en rendant les coefficients de \mathbf{H}_m égaux à un. Pour clarifier la présentation de notre récepteur BMV nous utiliserons cette simplification dans la suite du chapitre.

Nous pouvons définir le paramètre ϱ qui correspond au coefficient de dispersion du canal :

$$\varrho = \sqrt{\frac{1 - \kappa}{\kappa}} \quad (3.3)$$

Ce paramètre ϱ sera primordial pour déterminer lors des simulations le domaine de validité de la méthode proposée.

3.3 Approche proposée

3.3.1 Notations spécifiques et principe du récepteur BMV

La description des deux étapes de l'algorithme de réception BMV présenté ici nécessite la définition de notations supplémentaires :

- La somme des composantes du vecteur émis \mathbf{s} peut se noter s_Σ :

$$s_\Sigma = \sum_{i=1}^{n_T} s_i \quad (3.4)$$

Notez que plusieurs vecteurs \mathbf{s} différents peuvent donner la même valeur de s_Σ .

- Le signal reçu moyen est représenté par r_{av} :

$$r_{av} = \frac{1}{n_R} \sum_{i=1}^{n_R} r_i \quad (3.5)$$

avec r_i le signal sur le i^e récepteur.

- De la même façon le bruit moyen sera noté ν_{av} :

$$\nu_{av} = \frac{1}{n_R} \sum_{i=1}^{n_R} \nu_i \quad (3.6)$$

- Il est aussi utile de définir $\tilde{\mathbf{H}}_{av}$, vecteur ligne de dimension n_T contenant la moyenne des colonnes de

la matrice $\tilde{\mathbf{H}}$ (chaque colonne de $\tilde{\mathbf{H}}$ correspond à une antenne émettrice) :

$$\tilde{\mathbf{H}}_{av} = \frac{1}{n_R} \left[\sum_{i=1}^{n_R} \tilde{h}_{i1}, \dots, \sum_{i=1}^{n_R} \tilde{h}_{in_T} \right] \quad (3.7)$$

En notant p_0 la puissance totale émise, nous avons :

$$E \left[\tilde{\mathbf{H}}_{av} \mathbf{s} \mathbf{s}^* \tilde{\mathbf{H}}_{av}^* \right] = \frac{p_0}{n_R} \quad (3.8)$$

En multipliant à gauche l'équation 3.1 par un vecteur ligne de dimension n_R , dont les composantes sont toutes égales à $\frac{1}{n_R}$, nous obtenons en utilisant l'équation 3.2 :

$$r_{av} = \sqrt{\kappa} s_{\Sigma} + \sqrt{1 - \kappa} \tilde{\mathbf{H}}_{av} \mathbf{s} + \nu_{av} \quad (3.9)$$

Les conditions de validité de la méthode proposée dépendent de l'importance du terme $\sqrt{1 - \kappa} \tilde{\mathbf{H}}_{av} \mathbf{s}$. La méthode du BMV sera utilisable lorsque nous aurons les deux relations suivantes :

$$\kappa E[|s_{\Sigma}|^2] = \kappa p_0 \gg (1 - \kappa) p_0 / n_R \quad (3.10)$$

$$E[|\nu_{av}|^2] = \sigma_{\nu}^2 / n_R \gg (1 - \kappa) p_0 / n_R \quad (3.11)$$

La relation 3.10 correspond à l'hypothèse de faible diversité spatiale du canal avec de petites valeurs de ϱ , qui correspondent à des valeurs de κ proches de un.

La relation 3.11 détermine, en fonction de κ , le niveau de bruit minimum pour que les performances du récepteur BMV restent proches de celles du récepteur MV. Plus le RSB est grand, et plus κ doit être proche de la valeur un.

Lorsque ces deux relations sont vérifiées le terme $\sqrt{1 - \kappa} \tilde{\mathbf{H}}_{av} \mathbf{s}$ de l'équation 3.9 peut être négligé et nous obtenons :

$$r_{av} \simeq \sqrt{\kappa} s_{\Sigma} + \nu_{av} \quad (3.12)$$

La première étape de l'algorithme BMV consiste à utiliser l'équation 3.12 pour réaliser une estimation au sens du maximum de vraisemblance de s_{Σ} . Il est alors possible de restreindre la recherche du vecteur émis \mathbf{s} à ceux dont la somme des composantes est égale au s_{Σ} estimé.

Cette seconde étape s'effectue elle aussi en utilisant le maximum de vraisemblance. À la différence de la première étape, elle est optimale car elle n'utilise aucune approximation. Si le choix de s_{Σ} a été correct dans la première étape, l'estimation par le récepteur BMV du vecteur émis \mathbf{s} sera strictement la même que celle du récepteur MV classique.

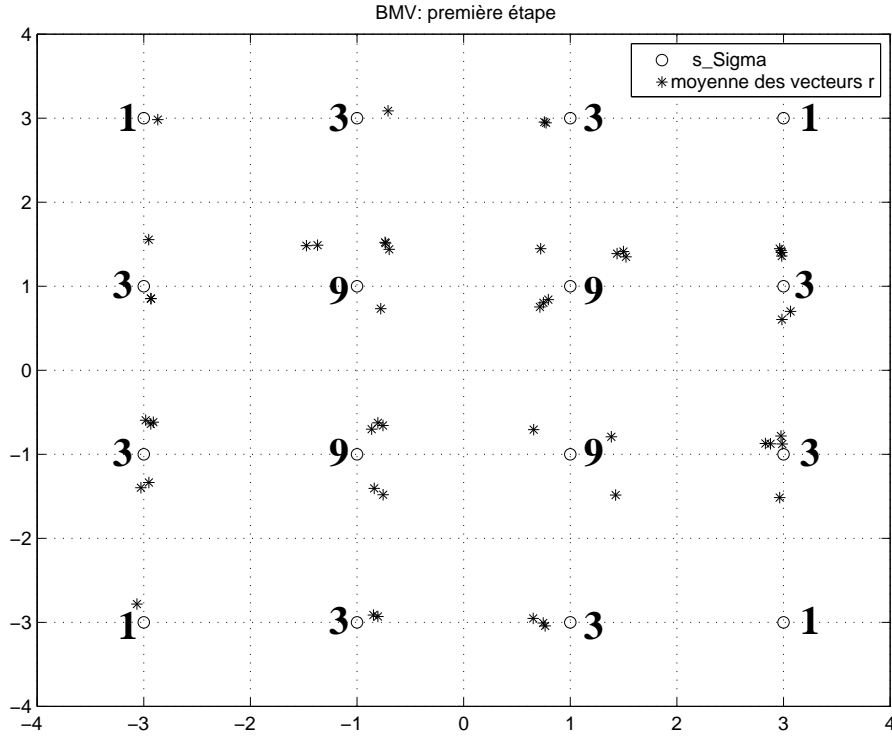


FIG. 3.1 – Les 16 valeurs de s_{Σ}^i représentées par des « o » et 50 réalisations de r_{av} pour $n_T = 3$, $n_R = 5$ et une modulation MAQ-4. Les nombres en gras correspondent aux cardinaux des \mathcal{A}_i (L_i) pour $i = 1, \dots, 16$.

3.3.2 Exemple simple

Avant de décrire les détails mathématiques de la méthode BMV un exemple simple va nous permettre de mieux comprendre le principe utilisé. Les paramètres retenus sont les suivants : $n_T = 3$, $n_R = 5$ et une modulation MAQ-4. Dans ce cas s_{Σ} , qui correspond à la somme des composantes du vecteur émis s , peut prendre 16 valeurs, qui sont représentées sur la figure 3.1 par des « o ». Comme certaines valeurs de s_{Σ} peuvent être obtenues par plusieurs vecteurs s différents, le nombre de ces vecteurs est indiqué à côté de chaque « o » (1, 3 ou 9). Cinquante tirages aléatoires de vecteurs s ont ensuite été réalisés, puis passés à travers le canal et complétés par du bruit afin de donner cinquante vecteurs reçus s . Les cinquante moyennes r_{av} de ces vecteurs sont représentées par des « * » sur la figure 3.1. Notez que le fait de moyenner les vecteurs reçus moyenne aussi le bruit, d'où un niveau de bruit relativement faible sur les valeurs de r_{av} .

Si, par exemple, à un instant donné la moyenne du vecteur reçu r est proche de $r_{av} = 1+3i$, alors le vecteur émis s correspondant est très probablement l'un des trois suivants :

$$\begin{bmatrix} 1+i \\ 1+i \\ -1+i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1+i \\ -1+i \\ 1+i \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} -1+i \\ 1+i \\ 1+i \end{bmatrix}.$$

La recherche du vecteur émis peut alors se restreindre à ces trois vecteurs, ce qui diminue la charge de calcul du récepteur.

Dans une configuration identique, le récepteur MV calcule pour chaque récepteur autant de distances qu'il

y a de combinaisons à l'émission, c'est à dire $4^{n_T} \times n_R = 4^3 \times 5 = 320$ distances dans cet exemple. Le récepteur BMV commence par estimer la valeur de s_Σ , soit $Q = 16$ distances calculées. Dans un second temps pour choisir entre les trois vecteurs retenus il reste à calculer trois distances pour chaque récepteur, soit $3 \times 5 = 15$ distances. Le gain en nombre de distances calculées est donc de plus de 10 (exactement $320/(16 + 15)$).

3.3.3 Description probabiliste

La compréhension complète de la méthode nécessite la définition de trois ensembles :

- \mathcal{A} , l'ensemble de tous les vecteurs \mathbf{s} possibles à l'émission. Dans le cas d'une modulation M-aire à 2^n symboles et d'un émetteur possédant n_T antennes, le cardinal de \mathcal{A} est : $\text{card}(\mathcal{A}) = L = 2^{(n \times n_T)}$.
- $\tilde{\mathcal{A}}$, l'ensemble de tous les vecteurs reçus, sans bruit, à travers la matrice de canal moyenne $\sqrt{\kappa} \mathbf{H}_m$. Les éléments de $\tilde{\mathcal{A}}$ sont des vecteurs colonne, de dimension n_R , notés α^i . Chaque composante des α^i est égale à la somme des composantes du vecteur émis \mathbf{s} , multipliée par $\sqrt{\kappa}$, c'est à dire $\sqrt{\kappa} s_\Sigma$. Le cardinal de $\tilde{\mathcal{A}}$ est noté Q et dépend du nombre d'émetteurs n_T et de la modulation utilisée.
- \mathcal{A}_i est un sous-ensemble de \mathcal{A} contenant les vecteurs \mathbf{s} associés au vecteur α^i , c'est à dire tels que $\sqrt{\kappa} \mathbf{H}_m \mathbf{s} = \alpha^i$. Le cardinal de chaque ensemble \mathcal{A}_i est noté L_i pour $i = 1, \dots, Q$. Puisque chaque vecteur \mathbf{s} appartient à un ensemble \mathcal{A}_i et à un seul, les \mathcal{A}_i forment une partition de \mathcal{A} et $L = \sum_{i=1}^Q L_i$.

La méthode BMV consiste à commencer par estimer le vecteur α^i afin de limiter la recherche du maximum de vraisemblance au seul sous-ensemble \mathcal{A}_i :

1. Détermination du sous-ensemble \mathcal{A}_i parmi les Q possibles en utilisant une approximation du MV pour estimer le vecteur α^i .
2. Estimation du vecteur \mathbf{s} par le MV dans le sous-ensemble \mathcal{A}_i déterminé précédemment.

Notez que la première étape est cruciale : si la détermination de \mathcal{A}_i est correcte alors l'estimation de \mathbf{s} par le BVM est équivalente à celle du MV.

Première étape :

La première étape est obtenue en calculant

$$i = \arg \max_j p(\mathbf{r} | \alpha^j) \quad (3.13)$$

Par définition la connaissance de α^j implique que \mathbf{s} appartienne à \mathcal{A}_j , aussi :

$$p(\mathbf{r} | \alpha^j) = p(\mathbf{r} | \mathbf{s} \in \mathcal{A}_j)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}_j} p(\mathbf{r}|\mathbf{s})P(\mathbf{s}|\mathbf{s} \in \mathcal{A}_j) \\
&= \frac{1}{L_j} \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}_j} p_\nu(\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s})
\end{aligned} \tag{3.14}$$

avec $p_\nu(\cdot)$ la densité de probabilité du bruit ν .

En considérant la faible dispersion des coefficients de \mathbf{H} (donnée par les relations 3.10 et 3.11) on fait l'approximation $p_\nu(\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}) \simeq p_\nu(\mathbf{r} - \alpha^j)$ et l'équation 3.14 devient :

$$p(\mathbf{r}|\alpha^j) \simeq p_\nu(\mathbf{r} - \alpha^j) \tag{3.15}$$

Finalement l'équation 3.13 s'écrit :

$$i = \arg \min_j \|\mathbf{r} - \alpha^j\| \tag{3.16}$$

Ce qui est équivalent à :

$$i = \arg \min_j \left| r_{av} - \sqrt{\kappa} s_{\Sigma}^j \right| \tag{3.17}$$

Notez que cette première étape pourrait être améliorée en utilisant une approximation du maximum de vraisemblance a posteriori (MAP) donnée par :

$$\begin{aligned}
i &= \arg \max_j p(\mathbf{r}|\alpha^j)P(\alpha^j) \\
&\simeq \arg \max_j p_\nu(\mathbf{r} - \alpha^j)P(\alpha^j)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

avec $P(\alpha^j) = L_j/L$.

Seconde étape :

La seconde étape se contente d'utiliser le MV pour estimer \mathbf{s} en restreignant la recherche aux vecteurs appartenant à l'ensemble \mathcal{A}_i déterminé par la première étape :

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \max_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}_i} p_\nu(\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}) \tag{3.19}$$

Ce qui se simplifie :

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}_i} \|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\| \tag{3.20}$$

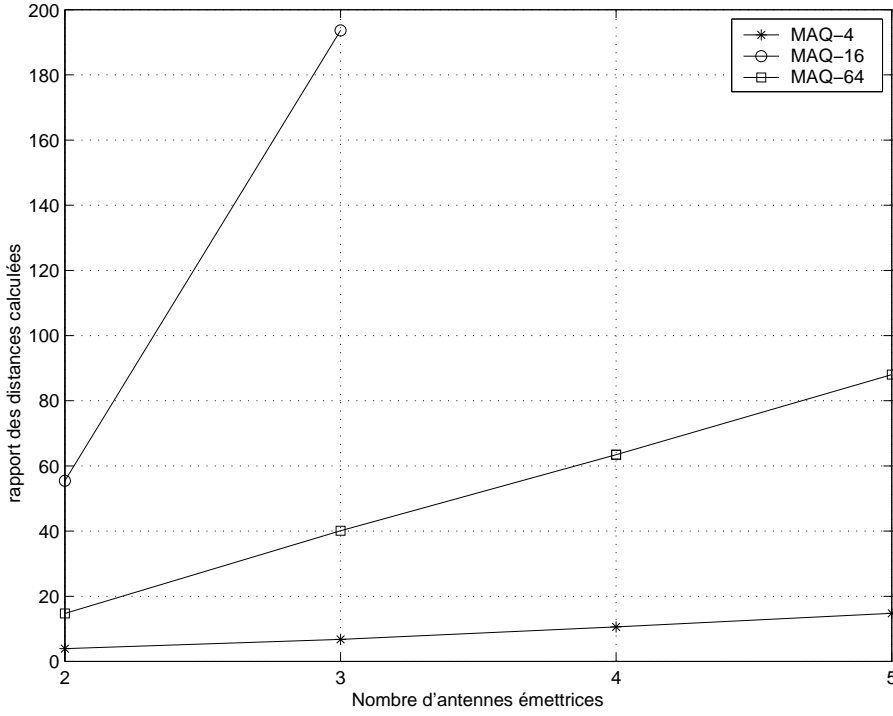


FIG. 3.2 – Comparaison en terme de distances calculées pour les récepteurs MV et BMV avec $n_R = 5$ et différentes modulations MAQ- M ($M = 4, 16$ et 64).

3.3.4 Réduction du temps de calcul

Afin d'illustrer le gain en temps en calcul, qui peut s'assimiler au nombre de distances calculées, nous allons chercher le rapport du nombre de distances calculées η par le BMV et le MV, pour une modulation MAQ- M .

Dans un système émettant des vecteurs \mathbf{s} de n_T symboles d'une MAQ- M , le nombre de configurations possibles est $L = M^{n_T}$. Les symboles s_{Σ}^i appartiennent à une constellation carrée de $Q = ((\sqrt{M}-1)n_T+1)^2$ éléments. Les sous-ensembles \mathcal{A}_i possèdent des cardinaux L_i différents, dont on peut calculer l'espérance mathématique :

$$E[L_i] = \sum_{j=1}^Q P(L_j) L_j = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^Q L_j^2 \quad (3.21)$$

Le rapport η en distances calculées entre les récepteurs MV et BMV est alors :

$$\eta = \frac{\overbrace{n_R \times L}^{\text{ML}}}{\underbrace{1 \times Q}_{1^{\text{re}} \text{ étape}} + \underbrace{n_R \times E[L_i]}_{2^{\text{e}} \text{ étape}}} \quad (3.22)$$

Des valeurs de η sont représentées sur la figure 3.2 pour différentes valeurs de n_T et des modulations MAQ-4, MAQ-16 et MAQ-64. Le gain est fort important, surtout lorsque le nombre d'états de la modulation

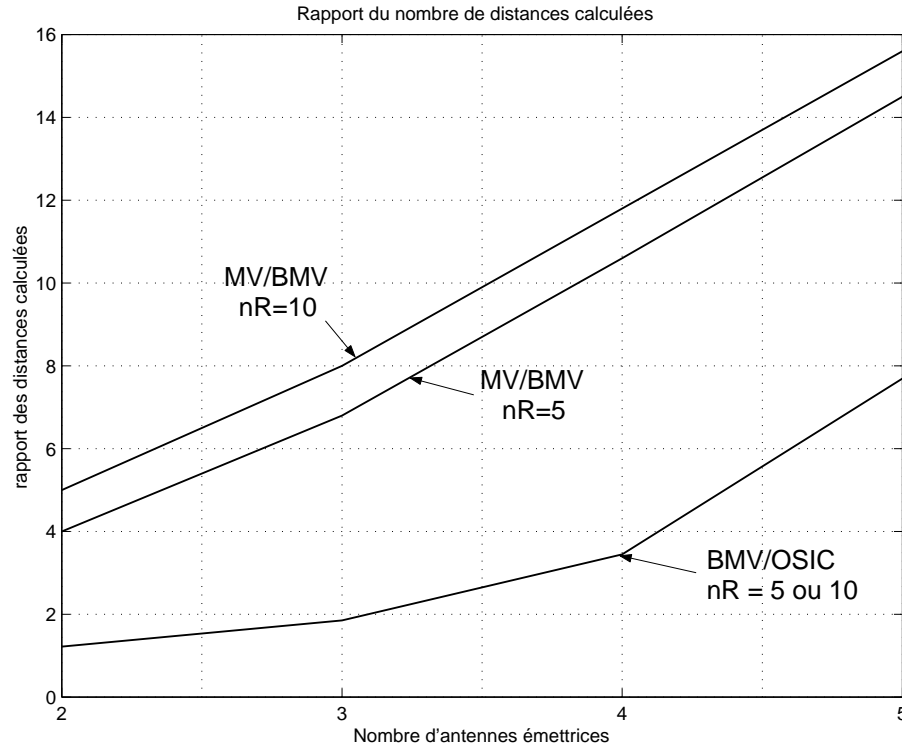


FIG. 3.3 – Comparaison du nombre de distances calculées en MAQ-4 pour différentes valeurs de n_R .

augmente. La valeur de η dépend aussi du nombre de récepteurs n_R , ce qui est illustré par la figure 3.3. Clairement, le nombre de récepteurs n'est pas un paramètre déterminant, contrairement au nombre d'émetteurs et au nombre d'états de la modulation qui augmentent exponentiellement les combinaisons pour le MV.

Nous allons maintenant regarder si les performances obtenues en TEB sont proches de celles du MV, notamment en fonction de ρ , le coefficient de dispersion de la matrice de canal.

3.4 Résultats des simulations

Pour comparer les performances entre les récepteurs MV, BMV et OSIC nous allons faire des simulations en utilisant la méthode de Monte Carlo. La configuration retenue est la suivante : un système MIMO 3×5 transmettant 3 voies indépendantes avec une modulation MAQ-4. Les éléments de la matrice de canal \mathbf{H} sont i.i.d., suivant une loi gaussienne complexe avec un coefficient de dispersion $\rho = 0,28$. Pour chaque simulation le TEB moyen est obtenu à l'aide de 50 000 tirages de \mathbf{H} , 50 vecteurs de 3 symboles étant transmis pour chaque valeur de \mathbf{H} .

Le niveau moyen de RSB est donné par :

$$\overline{RSB} = E_{\mathbf{H}} [RSB] = E_{\mathbf{H}} \left[\frac{p_0 \|\mathbf{H}\|^2}{n_T n_R \sigma_v^2} \right] = \frac{p_0}{\sigma_v^2} \quad (3.23)$$

La valeur de ρ est très importante pour le BMV puisqu'elle détermine la validité de l'équation 3.12. La

figure 3.4 est calculée avec $\rho = 0,28$, ce qui est une valeur limite pour la méthode BMV. Le TEB du récepteur BMV est très proche de l'optimal (MV) malgré une réduction du temps de calcul. Dans ce cas le récepteur MV calcule $4^{n_T} \times n_R = 4^3 \times 5 = 320$ distances, alors que le récepteur BMV en calcule $Q = 16$ dans la première étape et en moyenne $E[L_j] \times n_R = 6,25 \times 5 = 31,25$ dans la seconde étape. Le gain en complexité de calcul est donc de 6,8 environ. Par rapport au récepteur OSIC le gain en RSB est d'environ 2,5 dB, ce qui reste important, pour une complexité de calcul double toutefois.

La valeur de ρ est cruciale pour les résultats, et plus ρ sera petit, plus le récepteur BMV sera proche de l'optimal. Les performances se dégradent rapidement lorsque ρ est supérieur à 0,3. La figure 3.5 illustre ce phénomène en indiquant le TEB des récepteurs en fonction de ρ , pour un RSB fixé à 14 dB. Lorsque ρ augmente le canal tend vers le modèle de Rayleigh, sa diversité grandit et, à RSB égal, les performances des récepteurs classiques (MV et OSIC) s'améliorent. Pour le récepteur BMV le même phénomène se produit tant que ρ ne dépasse pas 0,3 environ. Au delà l'équation 3.12 n'est plus valide et les performances se dégradent rapidement. Un simple test sur la valeur de ρ en réception peut permettre d'utiliser l'algorithme le plus adapté au canal, alternant entre la méthode OSIC et la méthode BMV.

Pour des valeurs de RSB élevées sur la figure 3.4 le TEB du récepteur BMV semble « décrocher » et s'éloigner de l'optimal. Cette sous-optimalité du récepteur BMV est intéressante à évaluer plus précisément pour comprendre ses performances.

Cet écart avec le récepteur optimal est représenté figure 3.6 en faisant la différence des TEB des récepteurs BMV et MV. Lorsque le RSB augmente cette différence augmente en relatif² (par rapport au TEB), mais diminue en valeur absolue, ce qui ne se voyait pas sur la figure 3.4. Nous allons vérifier que cette sous-optimalité est due à un mauvais choix lors de la première étape de l'algorithme BMV, erreur qui implique nécessairement un mauvais choix dans la seconde étape, puisque la recherche du vecteur émis s se fait alors dans un sous-ensemble \mathcal{A}_i qui ne contient pas s .

Cette probabilité d'erreur dans la première étape, que nous notons P_{miss} , peut être estimée théoriquement. Pour cela, il suffit de remarquer que la première étape du récepteur BMV correspond au décodage d'une modulation SISO MAQ- Q pour³ des symboles virtuels s_{Σ}^i . Dans l'exemple de la section 3.3.2, la modulation des symboles virtuels s_{Σ}^i est une MAQ-16 dont la constellation est représentée sur la figure 3.1.

Le bruit sur cette constellation est $\sqrt{1 - \kappa} \tilde{\mathbf{H}}_{av} \mathbf{s} + \nu_{av}$, comme on peut le voir avec l'équation 3.9. Ce bruit est additif gaussien, blanc, centré et de variance $(1 - \kappa)p_0/n_R + \sigma_v^2/n_R$. Les formules de probabilité d'erreur [20] donnent la valeur de P_{miss} :

$$P_{miss} = 2 \times \frac{\sqrt{L} - 1}{\sqrt{L}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3(M-1)}{2} \times RSB_{out}} \quad (3.24)$$

2. La relation 3.11 est de moins en moins vérifiée lorsque le RSB augmente.

3. Rappelons que Q est défini dans la section 3.3.3 comme le cardinal de l'ensemble $\tilde{\mathcal{A}}$.

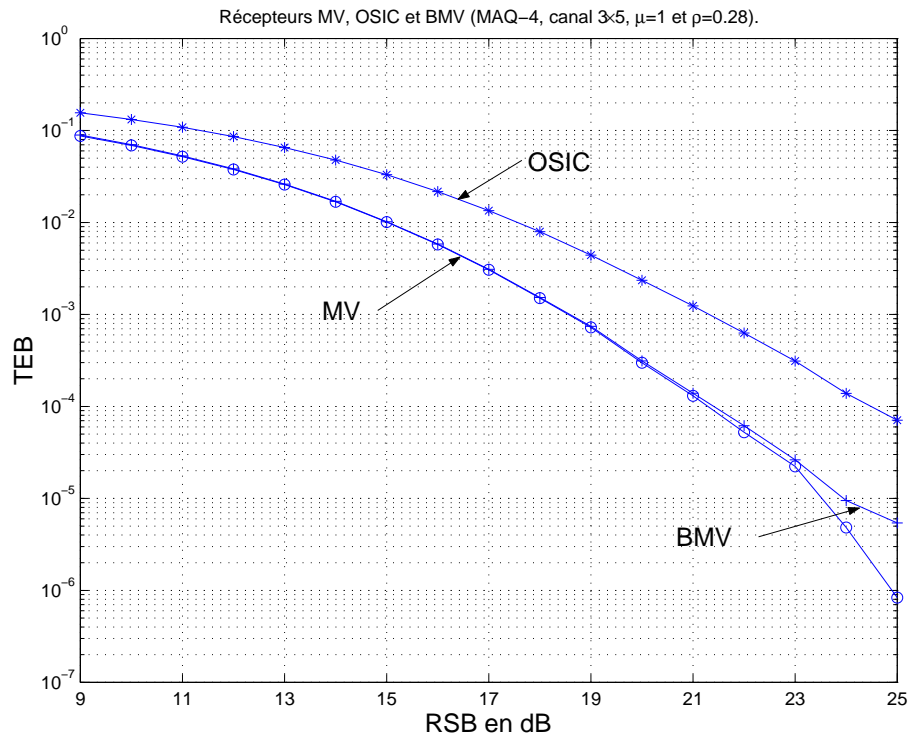


FIG. 3.4 – TEB en fonction du rapport signal sur bruit pour $\rho = 0.28$, $n_T = 3$, $n_R = 5$ et une modulation MAQ-4.

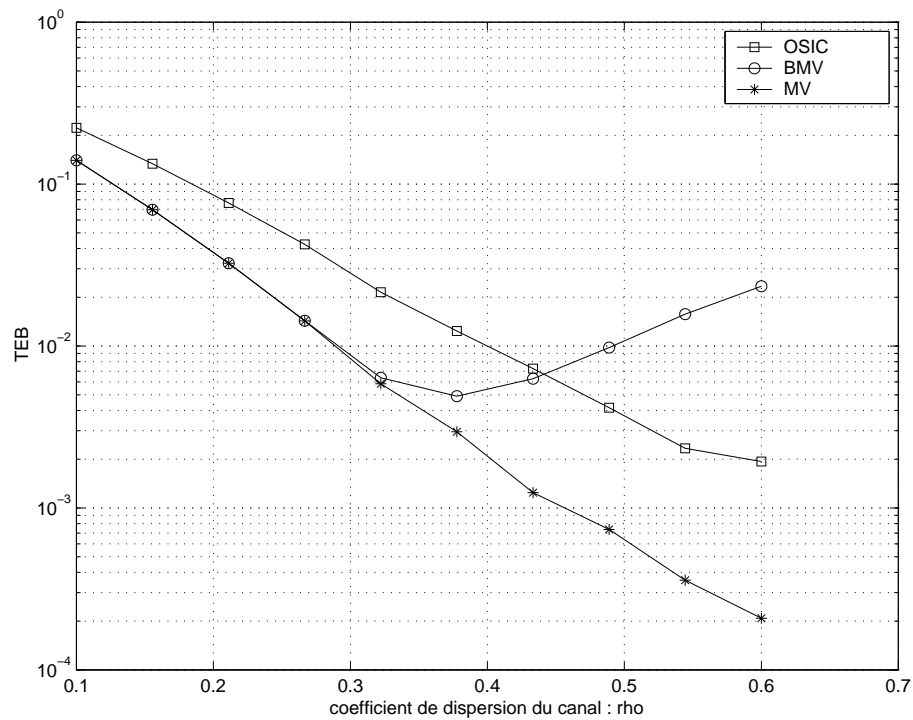


FIG. 3.5 – TEB en fonction de ρ pour un RSB fixé à 14 dB.

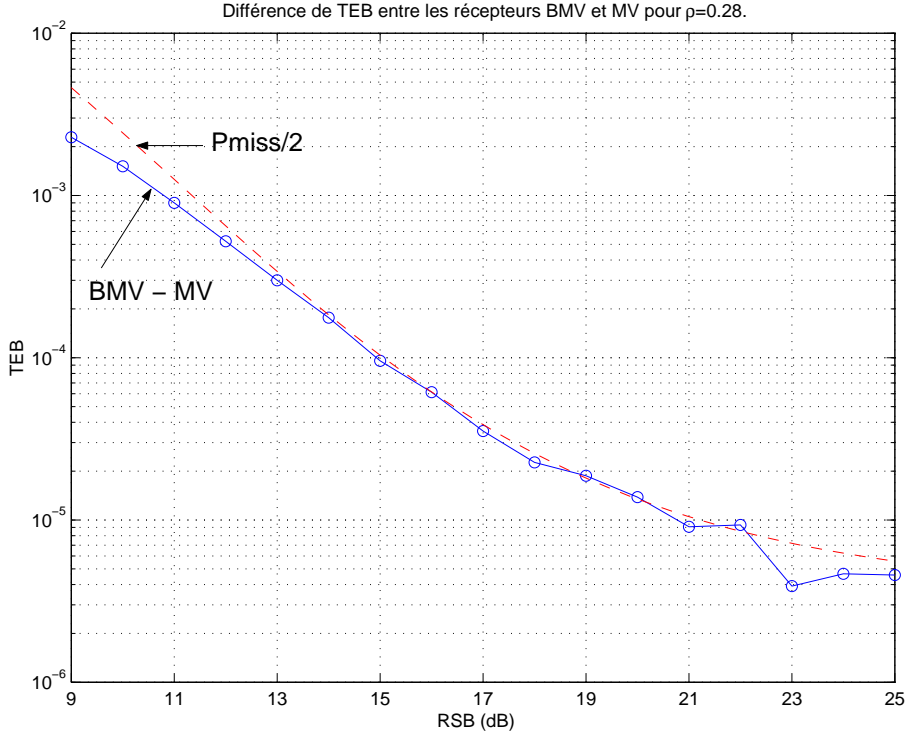


FIG. 3.6 – Différence de TEB entre le BMV et le MV pour $\rho = 0,28$. Cette différence représente les erreurs faites par le récepteur BMV et qui n'ont pas été faites par le récepteur MV. L'approximation théorique de la probabilité d'erreur dans la première étape du récepteur BMV est représentée par P_{miss} , qui est divisée par deux sur la figure pour être homogène avec un TEB (une erreur dans la première étape donne statistiquement un bit de faux sur deux transmis).

avec :

$$RSB_{out} = \frac{\kappa p_0/n_T}{(1 - \kappa)p_0/n_R + \sigma_v^2/n_R} \quad (3.25)$$

Le facteur multiplicatif dans l'équation 3.24 est $\frac{\sqrt{L}-1}{\sqrt{L}}$, au lieu de $\frac{\sqrt{Q}-1}{\sqrt{Q}}$ pour une modulation MAQ-Q. Ceci vient du fait que les symboles s_{Σ}^i de cette constellation ne sont pas équiprobables.

La figure 3.6 indique la valeur de $P_{miss}/2$ en fonction du RSB pour $\rho = 0,28$. La valeur de P_{miss} doit être divisée par deux pour être compatible avec les TEB, car P_{miss} est une probabilité d'erreur symbole. Chaque erreur dans la première étape entraîne un mauvais choix de s dans la seconde étape et donc un TEB de $1/2$.

Sur la figure 3.6, nous pouvons voir que la valeur théorique approximée de P_{miss} correspond bien à l'écart entre le récepteur BMV et le récepteur optimal MV. Pour estimer la sous-optimalité de notre récepteur il est donc intéressant de calculer P_{miss} pour d'autres valeurs de ρ . Comme P_{miss} dépend aussi de la puissance du bruit σ_v^2 , nous calculons la borne inférieure (sans bruit) de P_{miss} .

La figure 3.7 représente cette borne. Elle correspond à une estimation de la sous-optimalité du récepteur BMV pour un RSB important. Pour des valeurs de ρ inférieures à $0,3$ cette borne est petite et on peut espérer de très bonnes performances pour le récepteur BMV dans des conditions normales de RSB.

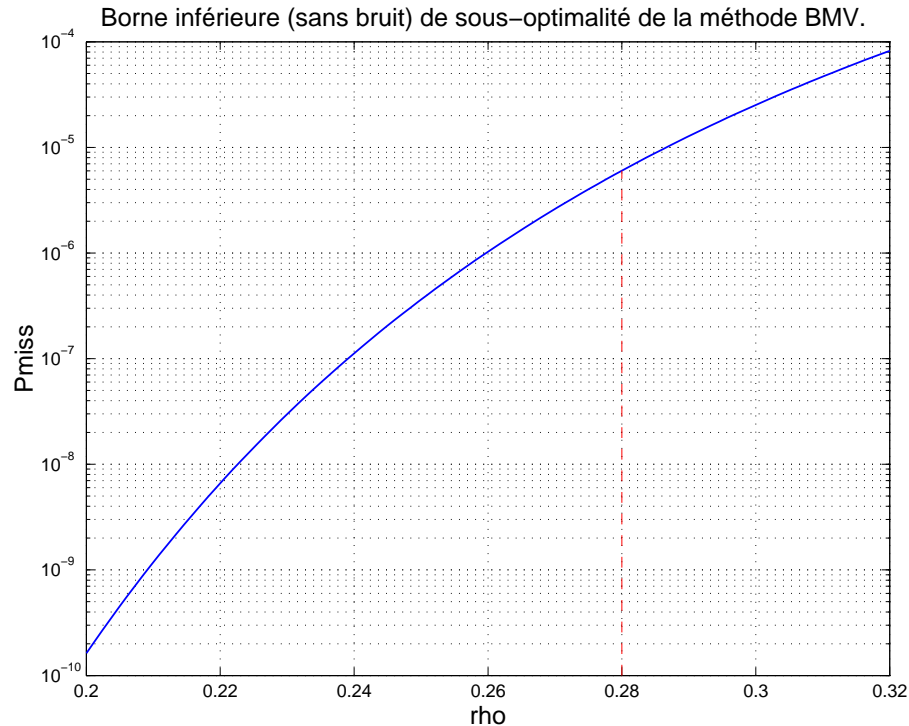


FIG. 3.7 – P_{miss} : approximation théorique de la probabilité d'erreur dans la première étape du récepteur BMV. En l'absence de bruit P_{miss} n'est pas nulle car la première étape est une approximation de $\tilde{\mathbf{H}}_{av}$, qui dépend de ϱ . Lorsque ϱ est petit P_{miss} devient très faible et le récepteur BMV est extrêmement proche de l'optimal.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un algorithme de réception spécialement adapté au modèle de canal de Rice avec une faible dispersion. Ce type de canal est particulièrement difficile pour les communications MIMO et le récepteur à retour de décision OSIC couramment employé n'obtient pas de très bons résultats.

Le récepteur que nous proposons ici est basé sur le maximum de vraisemblance et utilise la structure du canal pour procéder en deux étapes rapides. Les performances en terme de TEB sont proches de l'optimal, tant que les hypothèses de départ sont valides, en particulier tant que la diversité du canal reste faible.

Par rapport au récepteur du MV, la décomposition en deux étapes réduit la charge de calcul, car chaque étape possède un espace de recherche beaucoup plus restreint. Avec une configuration MIMO « classique », le temps de calcul est divisé par dix au moins.

Chapitre 4

Précodeurs linéaires et sélection d'antennes

4.1 Introduction

Ce chapitre se veut une présentation rapide des précodeurs existant afin d'introduire les chapitres 5 et 6. Le précodage est généralement associé, dans la littérature des systèmes MIMO, à l'optimisation conjointe de l'émetteur et du récepteur. Les hypothèses classiquement adoptées portent sur les points suivants :

- Le débit de données est fixe. Il ne change pas en fonction des conditions de transmission.
- La modulation utilisée n'évolue pas. Généralement c'est une modulation MAQ.
- b , le nombre de voies de données émises en parallèle, est constant.
- Le codage de l'information n'est pas pris en compte. Il est considéré comme indépendant du précodeur et peut s'effectuer en amont.

Le cadre de travail est donc différent de celui du « *link adaptation* » (LA), qui fait évoluer la modulation et/ou le codage en fonction du canal [63].

Dans ce chapitre, après avoir défini la connaissance de l'état du canal et introduit une représentation simplifiée de \mathbf{H} , nous allons voir la contrainte de puissance généralement utilisée. Ensuite, nous présenterons et comparerons six types de précodeurs linéaires. Le précodage par sélection d'antennes cloturera cette partie.

4.2 Connaissance de l'état du canal (CSI)

La connaissance de l'état du canal (CSI) est habituelle au niveau du récepteur. En général elle est nécessaire pour démoduler les symboles reçus, et est obtenue soit à l'aide de symboles d'apprentissage [38, 64] soit avec un égaliseur aveugle en réception [65].

Au niveau de l'émetteur la CSI est moins courante, mais est déjà utilisée partiellement dans certains systèmes, sous forme de contrôle de puissance généralement [63]. La CSI peut être présente à l'émetteur dans deux cas :

1. Si une voie de retour existe pour que le récepteur communique à l'émetteur son estimation du canal (ou

certaines paramètres clés).

2. Lorsque l'émetteur et le récepteur fonctionnent en duplex à division temporelle. Dans ce cas le canal MIMO doit être symétrique et invariant à l'échelle temporelle du duplex [28].

Le type de canal généralement utilisé est alors le canal de Rayleigh non sélectif en fréquence et supposé constant durant plusieurs blocs de données (cette hypothèse est courante, en particulier dans le contexte des réseaux fixes sans fils [66]). Dans le cas d'un canal variable dans le temps l'hypothèse de la CSI à l'émetteur n'est pas réaliste sauf si le canal peut être modélisé en ayant recours à quelques paramètres invariants. Ils peuvent alors être estimés et utilisés pour prédire l'évolution du canal [67].

Pour la suite de cette étude, nous considérons une CSI parfaite mais les erreurs d'estimation du canal, les erreurs de transmission du lien de retour et son délai réduisent les bénéfices attendus. Ces effets peuvent faire l'objet d'un travail futur.

Un exemple opérationnel dans lequel la CSI est particulièrement étudiée est présenté par le Berkeley Wireless Research Center dans [65]. Un système MIMO complet avec un émetteur adaptatif fonctionne dans un environnement évoluant lentement. La structure du système est inspirée des résultats de la théorie de l'information sur la capacité des systèmes MIMO. Le canal est diagonalisé à l'aide d'une décomposition en valeurs singulières (SVD), comme dans la deuxième étape de notre méthode présentée dans la section 4.3, puis décomposé en sous-canaux parallèles. L'émetteur transmet alors des flux de données indépendants sur les sous-canaux. Le canal évoluant dans le temps la poursuite de ses variations temporelles est réduite à la poursuite des valeurs singulières et des vecteurs propres au récepteur et à l'émetteur. Le récepteur est basé sur deux algorithmes aveugles pour la poursuite du canal, sans connaissance du signal émis. La CSI utile pour l'émetteur se réduit à la matrice singulière droite \mathbf{B} , présentée dans la deuxième étape de la méthode de diagonalisation du canal, section 4.3. L'émetteur utilise un algorithme LMS, les informations apportées par le lien de retour et la connaissance du signal émis pour estimer la matrice \mathbf{B} . Le lien de retour est particulièrement étudié et n'est utilisé que périodiquement afin de maximiser le débit utile en libérant le canal pour le lien direct. Le ratio entre le débit du lien de retour et le débit de données est calculé par des simulations de Monte Carlo.

Pour des canaux évoluant lentement, cet exemple montre la faisabilité de la CSI à l'émetteur, dont l'intérêt va maintenant être étudié à travers plusieurs précodeurs de la littérature.

4.3 Représentation simplifiée du canal pour les précodeurs linéaires

Le terme de précodeur regroupe toute utilisation de la CSI pour optimiser conjointement l'émetteur et le récepteur d'un système de transmission. Dans la littérature la majorité des précodeurs sont linéaires et ne modifient pas le débit d'information du système ni la constellation utilisée. Nous conserverons donc ces hypothèses dans cette étude, ce qui permet de présenter un modèle générique très simple pour les précodeurs linéaires.

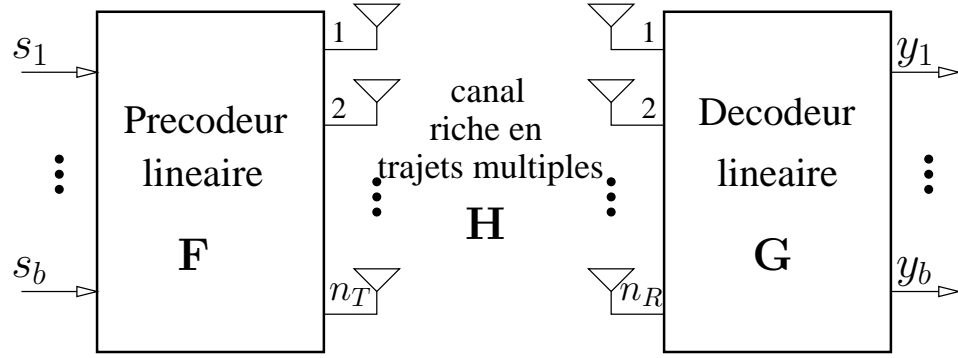


FIG. 4.1 – Système MIMO avec précodeur et décodeur linéaires.

Le système MIMO que nous considérons ici possède n_T antennes à l'émission et n_R antennes en réception. Nous voulons transmettre b voies indépendantes de symboles ($b \leq \min(n_T, n_R)$). Pour agir sur le système l'émetteur utilise la matrice de précodage \mathbf{F} et le récepteur la matrice de décodage \mathbf{G} (voir figure 4.1).

L'équation du système peut s'écrire simplement à partir de l'équation 1.1 :

$$\mathbf{y} = \mathbf{GHF}\mathbf{s} + \mathbf{G}\boldsymbol{\nu} \quad (4.1)$$

dans laquelle \mathbf{H} est la matrice $n_R \times n_T$ du canal, \mathbf{F} la matrice $n_T \times b$ du précodeur, \mathbf{G} la matrice $b \times n_R$ du décodeur, \mathbf{s} le vecteur $b \times 1$ de symboles transmis et $\boldsymbol{\nu}$ le vecteur $n_R \times 1$ de bruit. Nous supposons que $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^*] = \mathbf{I}_b$, $E[\boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\nu}^*] = \mathbf{R}$ et $E[\mathbf{s}\boldsymbol{\nu}^*] = 0$.

Nous allons simplifier la représentation du système en utilisant la méthode que nous avons présentée dans les publications [68] et [69]. Notre objectif est d'obtenir à la fois un canal (virtuel) diagonal et un bruit blanc et isotrope. Ceci va faciliter l'analyse du système et la conception des précodeurs linéaires. Pour séparer la diagonalisation du canal et la conception du précodeur en fonction d'un critère nous décomposons les matrices \mathbf{F} et \mathbf{G} en deux parties :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_v \mathbf{F}_c \quad \text{et} \quad \mathbf{G} = \mathbf{G}_c \mathbf{G}_v \quad (4.2)$$

Les matrices \mathbf{F}_v et \mathbf{G}_v vont permettre d'obtenir \mathbf{H}_v , le canal virtuel diagonal dans lequel le bruit est blanc et isotrope. Les matrices \mathbf{F}_c et \mathbf{G}_c sont ensuite utilisées par le précodeur pour optimiser un critère noté \mathcal{C} . Les principaux critères \mathcal{C} utilisés dans la littérature actuelle sont décrits dans la section 4.5. Le principal intérêt de notre représentation est la diagonalité du canal virtuel \mathbf{H}_v , qui va simplifier l'optimisation de \mathcal{C} . Il est important de noter que cette diagonalisation n'implique aucune perte de généralité, car toute action éventuellement indésirable produite par \mathbf{F}_v ou \mathbf{G}_v peut être annulée par \mathbf{F}_c ou \mathbf{G}_c .

La méthode pour arriver au canal virtuel \mathbf{H}_v est résumée dans le tableau 4.1, qui est extrait de [69]. Elle

étape	n ^o	méthode	\mathbf{F}_i	\mathbf{G}_i	\mathbf{H}_{v_i}	\mathbf{R}_{v_i}
blanchiment du bruit	1	EVD: $\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^*$	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{I}_{n_T}$	$\mathbf{G}_1 = \mathbf{\Lambda}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{Q}^*$	$\mathbf{H}_{v_1} = \mathbf{G}_1\mathbf{H}\mathbf{F}_1$	$\mathbf{R}_{v_1} = \mathbf{G}_1\mathbf{R}\mathbf{G}_1^*$ $= \mathbf{I}_{n_R}$
diagonalisation du canal	2	SVD: $\mathbf{H}_{v_1} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^*$	$\mathbf{F}_2 = \mathbf{B}$	$\mathbf{G}_2 = \mathbf{A}^*$	$\mathbf{H}_{v_2} = \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{R}_{v_2} = \mathbf{I}_{n_R}$
réduction de dimension	3	$\mathbf{r}_v = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_S \\ \mathbf{r}_{\bar{S}} \\ \mathbf{r}_{\bar{H}} \end{pmatrix}$	$\mathbf{F}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_b \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{G}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_b & 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{H}_v = \mathbf{G}_3\mathbf{H}_{v_2}\mathbf{F}_3$ $= \mathbf{\Sigma}_b$	$\mathbf{R}_v = \mathbf{I}_b$

TAB. 4.1 – Diagonalisation du canal MIMO avec CSI à l'émetteur. $\mathbf{F}_v = \mathbf{F}_1\mathbf{F}_2\mathbf{F}_3$ et $\mathbf{G}_v = \mathbf{G}_3\mathbf{G}_2\mathbf{G}_1$.

nécessite trois étapes, nous décomposons donc \mathbf{F}_v et \mathbf{G}_v en trois matrices :

$$\mathbf{F}_v = \mathbf{F}_1\mathbf{F}_2\mathbf{F}_3 \quad \text{et} \quad \mathbf{G}_v = \mathbf{G}_3\mathbf{G}_2\mathbf{G}_1 \quad (4.3)$$

Après application de la méthode, l'équation du système dans la nouvelle représentation devient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_c\mathbf{H}_v\mathbf{F}_c + \mathbf{G}_c\nu_v \quad (4.4)$$

avec le canal virtuel diagonal $\mathbf{H}_v = \mathbf{G}_v\mathbf{H}\mathbf{F}_v$ et le bruit virtuel $\nu_v = \mathbf{G}_v\nu$ qui a pour matrice d'autocorrélation $\mathbf{R}_v = \mathbf{G}_v\mathbf{R}\mathbf{G}_v^* = \mathbf{I}_b$. Les éléments de la diagonale de \mathbf{H}_v sont notés $\sigma_1, \dots, \sigma_b$ et sont classés par ordre décroissant. Ils représentent les coefficients de transmission du canal virtuel. Pour la recherche des précodeurs linéaires nous utiliserons le modèle simplifié, et donc l'équation (4.4) par défaut.

Pour éviter toute confusion, il est important de noter que pour émettre en même temps les b symboles du vecteur \mathbf{s} , les $n_T \geq b$ antennes de l'émetteur sont utilisées. En effet, ce sont les n_T et n_R antennes physiques de \mathbf{H} qui sont utilisées pour obtenir le canal diagonal \mathbf{H}_v . Chacun des b sous-canaux de \mathbf{H}_v correspond en fait à une direction de propagation privilégiée, et dépend de toutes les antennes du canal \mathbf{H} .

4.4 Contraintes de puissance

Afin de pouvoir comparer des systèmes ne possédant pas le même nombre d'antennes nous allons contraindre la puissance totale moyenne émise. Pour un système MIMO sans précodeur, la puissance moyenne totale p_0 est répartie uniformément sur les n_T émetteurs, soit une puissance moyenne de $\frac{p_0}{n_T}$ sur chaque antenne. En absence de CSI à l'émetteur cette répartition uniforme est optimale en terme de capacité [1].

Avec un précodeur, la puissance de chaque flux de symboles est distribuée sur les antennes par la matrice de précodage \mathbf{F}_c . La contrainte sur la puissance s'écrit alors :

$$\text{trace}(\mathbf{F}_c\mathbf{F}_c^*) \leq p_0 \quad (4.5)$$

D'une façon plus complète, Scaglione et al. [70] proposent de contrôler la puissance crête en utilisant la contrainte suivante :

$$\lambda_{\max}(\mathbf{F}_c \mathbf{F}_c^*) \leq \mathcal{L}_0 \quad (4.6)$$

où \mathcal{L}_0 est la valeur de la puissance crête maximale.

En plus de limiter la puissance transmise, la contrainte (4.6) sur la valeur propre maximale de $\mathbf{F}_c \mathbf{F}_c^*$ impose une limite sur la puissance crête de la sortie. En effet le pic du signal de sortie correspond au maximum en valeur absolue des composantes du vecteur émis. La contrainte (4.6) limite le pic de puissance qui reste inférieur à $\lambda_{\max}(\mathbf{F}_c \mathbf{F}_c^*) \max(\|\mathbf{s}\|^2)$ avec $\|\mathbf{s}\|^2$ borné puisque le vecteur \mathbf{s} est formé de symboles qui sont tous bornés en amplitude. Puisque seul $\max(\|\mathbf{s}\|^2)$ est utilisé, l'avantage de cette contrainte est de limiter le pic de puissance indépendamment de la forme de la constellation de la modulation. Le désavantage est que la borne peut ne pas être très ajustée.

Cette contrainte plus sévère donne de moins bons résultats en terme de TEB que la contrainte classique (4.5), ce qui est logique puisque le système possède moins de degrés de liberté. Toutefois elle reste très intéressante en terme de dimensionnement de matériel, et il serait instructif de recalculer tous les précodeurs qui suivent avec la contrainte (4.6).

4.5 Principaux précodeurs linéaires

Afin d'obtenir une présentation homogène des principaux précodeurs existant nous allons utiliser le formalisme décrit dans la section 4.3. Le canal physique de transmission \mathbf{H} avec un bruit additionnel ν est considéré déjà transformé en un canal virtuel diagonalisé \mathbf{H}_v , affecté d'un bruit virtuel blanchi ν_v .

Cette représentation simplifie la formulation et la compréhension de la plupart des précodeurs, et permet de voir que plusieurs précodeurs de la littérature, obtenus avec des critères différents, arrivent strictement au même résultat. Outre son intérêt en terme de synthèse, notre formalisme permet d'obtenir les différents précodeurs de manière beaucoup plus simple que dans la littérature.

De plus, tous les précodeurs \mathbf{F}_c que nous allons étudier étant diagonaux dans l'espace virtuel, la chaîne de transmission globale est diagonale et constituée de voies parallèles indépendantes. De fait le récepteur optimal du MV peut très facilement être mis en oeuvre, étant simplement constitué de b récepteurs mono-antenne en parallèle [69]. La représentation diagonale améliore donc les performances des précodeurs qui n'utilisaient pas le récepteur du MV, et surtout permet des comparaisons plus simples, chaque méthode étant dotée du même récepteur.

Les précodeurs \mathbf{F}_c étant diagonaux, les éléments de leur diagonale sont notés f_i pour $i = 1 \dots b$.

Les précodeurs linéaires sont nombreux dans la littérature, le même résultat étant parfois obtenu de deux façons différentes. Pour obtenir une présentation homogène nous allons utiliser quatre articles qui présentent les principales méthodes : [65], [70], [28] et [71].

4.5.1 Précodeur avec puissance uniforme

Le premier des précodeurs linéaires est le plus simple de tous. Il n'utilise aucun critère et se contente de répartir uniformément la puissance sur chaque sous-canal virtuel. Dans la littérature, il est connu sous le nom de « *eigen-beam forming* » [72]. Malgré son extrême simplicité c'est le précodeur retenu par le Berkeley Wireless Research Center pour leur démonstrateur [65]. En effet, à fort RSB il est peu différent du précodeur maximisant la capacité (cf. 4.5.2) et surtout son utilisation facilite la poursuite du canal par le récepteur.

Il est important de noter que le résultat obtenu est très différent d'un système sans précodeur. Ici le précodeur répartit uniformément la puissance sur les b sous-canaux virtuels du canal \mathbf{H}_v , alors que sans précodeur la puissance est directement partagée entre les n_T antennes physiques [1]. Avec le précodeur la puissance sera différente sur chaque antenne.

La puissance émise sur chaque sous-canal virtuel est constante et égale à $\frac{p_0}{b}$, mais en réception le RSB de chaque voie est différent. De par la méthode de construction du canal virtuel, le niveau de bruit est le même sur chaque voie, mais la puissance du signal reçu dépend des coefficients σ_i du canal \mathbf{H}_v . Les coefficients σ_i étant classés par la SVD en ordre décroissant la première voie aura le meilleur RSB.

Les coefficients et les performances du précodeur avec puissance uniforme sont indiqués dans la section 4.5.6.

4.5.2 Précodeur maximisant la capacité

Ce précodeur est bien connu dans la littérature, en particulier sous le nom de « *Water Filling* » [19], [15], [28] ou de « *maximization of the information rate* » [70]. Le précodeur obtenu est diagonal, bien que les auteurs ne le présentent pas forcément sous cette forme.

La diagonalité du précodeur et de \mathbf{H}_v permet de décomposer leur produit en sous-canaux parallèles indépendants. La capacité peut alors s'écrire [17] :

$$C = \sum_{i=1}^b \log_2(1 + f_i^2 \sigma_i^2) \quad (4.7)$$

En utilisant un multiplicateur de Lagrange μ , le critère de la capacité sous la contrainte de la puissance émise p_0 s'écrit :

$$\mathcal{C}_{Capa} = \sum_{i=1}^b \log_2(1 + f_i^2 \sigma_i^2) + \mu \left(\left(\sum_{i=1}^b f_i^2 \right) - p_0 \right) \quad (4.8)$$

L'annulation des termes $\frac{\partial \mathcal{C}_{Capa}}{\partial f_i}$ permet d'obtenir l'expression des f_i donnée dans le tableau 4.2 page 81. Les performances de ce précodeur en TEB, ainsi que la façon dont il répartit la puissance entre les différents sous-canaux, sont illustrés dans la section 4.5.6.

4.5.3 Précodeur MMSE

Ce précodeur, qui est un des plus performants, minimise l'erreur quadratique moyenne de la somme des estimations des symboles. Il est présenté sous différentes formes dans la littérature, par exemple dans [72], [73], [69] et [70], mais la présentation la plus complète est faite dans [28]. Dans cet article les auteurs utilisent une forme pondérée de la somme des erreurs, qui permet d'obtenir plusieurs précodeurs en intervenant sur la répartition des poids. Dans la représentation diagonale simplifiée (non utilisée par les auteurs), ce critère peut s'écrire de la façon suivante :

$$\mathcal{C} = E\{\mathbf{e}^* \mathbf{W}^{*\frac{1}{2}} \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{e}\} \quad \text{avec} \quad \mathbf{e} = \mathbf{s} - (\mathbf{G}_c \mathbf{H}_v \mathbf{F}_c \mathbf{s} + \nu_v) \quad (4.9)$$

dans lequel $\mathbf{W}^{\frac{1}{2}}$ est la matrice $b \times b$ dont les éléments sont les racines carrées de \mathbf{W} , la matrice diagonale définie positive des poids des différentes voies.

La minimisation du critère du MMSE pondéré \mathcal{C} de (4.9), sous la contrainte de puissance $\text{trace}(\mathbf{F}_c \mathbf{F}_c^*) \leq p_0$ à l'aide des multiplicateurs de Lagrange, permet de concevoir plusieurs types de précodeurs en fonction de la répartition des poids dans \mathbf{W} . Par exemple :

- Le choix de $\mathbf{W} = \mathbf{H}_v$ ($w_i = \sigma_i$) dans (4.9) permet d'obtenir, en minimisant le critère \mathcal{C} , le précodeur maximisant la capacité vu dans la section 4.5.2 ([28], lemme 3). La politique d'allocation de puissance en fonction du RSB de ce précodeur peut d'ailleurs se comprendre grâce au choix de ses poids (voir section 4.5.6).
- Le choix de pondération inverse, $w_i = \frac{1}{\sigma_i}$, donne le précodeur à taux d'erreurs égaux de la section 4.5.4, bien que cela ne soit pas présenté sous cette forme par les auteurs de [28].
- Le fait que la pondération contrôle indirectement le rapport entre les RSB des différentes voies permet aussi de calculer les précodeurs pour la qualité de service.
- Enfin, la pondération uniforme, tous les w_i égaux à 1, donne le précodeur du MMSE proprement dit, dont les coefficients sont donnés section 4.5.6.

Ce précodeur, qui minimise globalement la somme des erreurs d'estimation, obtient de très bons résultats en terme de TEB. À faible RSB sa politique d'allocation de puissance est proche de celle du précodeur maximisant la capacité, la puissance étant distribuée sur les sous-canaux les plus favorisés. Lorsque le coefficient de transmission σ_i d'un sous-canal devient trop petit, le précodeur coupe l'émission de la voie correspondante en annulant f_i (cf. tableau 4.2 page 81). Le TEB de la voie est alors de 1/2, mais globalement l'erreur quadratique moyenne est diminuée. À fort RSB la puissance est placée en priorité sur le dernier sous-canal, contrairement au précodeur maximisant la capacité qui la répartit uniformément. Le précodeur que nous allons voir maintenant répartit la puissance d'une façon radicalement différente.

4.5.4 Précodeur à taux d'erreurs égaux

Les deux précodeurs précédents utilisent un critère global, sans que la répartition des erreurs au sein de chaque voie ne soit prise en compte. Il en résulte une transmission globalement satisfaisante, mais dans laquelle d'énormes disparités existent entre les différentes voies. La politique d'allocation de puissance de ces précodeurs est telle que les voies les moins favorisées (celles qui ont les plus petits coefficients σ_i) se retrouvent avec moins de puissance à l'émission. Lorsque les coefficients σ_i deviennent trop petits, la puissance qui leur est attribuée devient nulle, stoppant ainsi l'émission des voies défavorisées. Même si ce choix est globalement profitable à la transmission, certaines applications ne peuvent fonctionner de cette façon. Fréquemment le taux d'erreur peut être souhaité identique sur chacune des sous-voies, ce que réalise le précodeur à taux d'erreurs égaux en contrôlant le RSB de chaque sous-canal.

Plusieurs méthodes permettent de calculer ce précodeur, comme celle présentée dans [28] utilisant le MMSE pondéré de la section 4.5.3. Le choix de poids w_i inversement proportionnels aux σ_i permet d'obtenir des RSB égaux sur chaque sous-canal.

La méthode proposée dans [68] arrive exactement au même résultat, mais de façon plus simple. Il suffit d'ailleurs de noter que le RSB d'un sous-canal est proportionnel au produit $\sigma_i^2 f_i^2$ pour comprendre que l'égalité des RSB est donnée par un précodeur aux coefficients f_i inversement proportionnels aux σ_i . L'expression exacte du précodeur est donnée dans la section 4.5.6.

Le même précodeur, sous une appellation différente, est parfois obtenu dans la littérature en optimisant un autre critère. Par exemple dans [70] les auteurs proposent une approche pour minimiser approximativement le TEB d'une transmission utilisant un récepteur MV. Ils constatent que la minimisation du TEB est difficile à réaliser car elle peut rarement être écrite sous une forme générale car elle dépend de l'alphabet des symboles. La solution retenue est une approximation consistant à maximiser la distance minimale (\mathcal{D}_{min}) sur la constellation reçue. Cette première approximation est justifiée par le fait que le récepteur MV travaille sur les distances et donc que la distance minimale est une borne pour les performances du récepteur. L'optimisation de \mathcal{D}_{min} peut s'écrire sans diagonaliser le canal¹ (équation (31) de [70]) :

$$\mathcal{C}_{\mathcal{D}_{min}} = \max_{\mathbf{F}, \mathbf{G}} \left\{ \min_{h, k; h \neq k} \left([\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k]^* \mathbf{F}^* \mathbf{H}^* \mathbf{G}^* (\mathbf{G} \mathbf{R} \mathbf{G}^*)^{-1} \mathbf{G} \mathbf{H} \mathbf{F} [\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k] \right) \right\} \quad (4.10)$$

en notant \mathbf{s}_k le vecteur de symboles émis pour l'hypothèse k .

Dans la représentation diagonale du canal, le bruit est blanc et isotrope, $\mathbf{R}_v = \mathbf{I}_b$. De plus, un récepteur MV étant utilisé, la matrice \mathbf{G}_c n'a pas d'impact sur la minimisation du TEB. Il est donc possible de choisir $\mathbf{G}_c = \mathbf{I}_b$ sans perte de généralité. L'équation (4.10) s'écrit donc dans la représentation diagonale :

$$\mathcal{C}_{\mathcal{D}_{min}} = \max_{\mathbf{F}_c} \left\{ \min_{h, k; h \neq k} \left([\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k]^* \mathbf{F}_c^* \mathbf{H}_v^* \mathbf{H}_v \mathbf{F}_c [\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k] \right) \right\} \quad (4.11)$$

1. Volontairement, cette optimisation porte seulement sur \mathbf{F} et \mathbf{G} afin d'être indépendante de l'alphabet des symboles.

Cette équation fait apparaître la matrice de RSB en sortie du récepteur en fonction de \mathbf{F}_c :

$$RSB(\mathbf{F}_c) = \mathbf{F}_c^* \mathbf{H}_v^* \mathbf{H}_v \mathbf{F}_c \quad (4.12)$$

On peut alors observer que la plus petite valeur propre de la matrice de RSB, $\lambda_{\min}(RSB(\mathbf{F}_c))$, donne une borne inférieure pour \mathcal{D}_{\min} ((33) de [70]) :

$$\min_{h,k; h \neq k} ([\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k]^* RSB(\mathbf{F}_c) [\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k]) \geq \lambda_{\min}(RSB(\mathbf{F}_c)) \min_{h,k; h \neq k} \|\mathbf{s}_h - \mathbf{s}_k\|^2 \quad (4.13)$$

La seconde approximation consiste alors à maximiser la borne inférieure via $\lambda_{\min}(RSB(\mathbf{F}_c))$ pour augmenter \mathcal{D}_{\min} . Finalement, la maximisation de $\lambda_{\min}(RSB(\mathbf{F}_c))$ finit par donner des valeurs propres toutes égales, et donc des RSB égaux pour tous les sous-canaux. Le précodeur obtenu est donc le précodeur à taux d'erreurs égaux.

Le précodeur suivant s'intéresse lui aussi au TEB, mais en l'exprimant formellement en fonction de la constellation utilisée.

4.5.5 Précodeur diagonal optimal minimisant le TEB

Tous les précodeurs linéaires de la littérature actuelle sont diagonaux, soit délibérément pour avoir des sous-canaux parallèles indépendants, soit par optimisation de l'un des critères que nous venons de voir. Rappelons que la diagonalité du précodeur permet d'avoir un récepteur du MV très simple, même pour une constellation avec beaucoup d'états. En conséquence, dans [69], [71] et [68] nous avons cherché à optimiser le TEB de l'ensemble des précodeurs diagonaux couplés à une MAQ- M .

Comme précédemment, un récepteur MV étant utilisé, \mathbf{G}_c n'a pas d'impact sur la minimisation du TEB. Il est donc possible de choisir $\mathbf{G}_c = \mathbf{I}_b$ sans perte de généralité. Le RSB ρ_i de chaque sous-canal devient alors :

$$\rho_i = \sigma_i^2 f_i^2 \quad (4.14)$$

Pour une modulation MAQ- M carrée ($M = 2^{2n}$), le TEB de la transmission est la moyenne du TEB de chaque sous-canal :

$$P_e = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b P_{e,i} \quad (4.15)$$

Le TEB de chaque sous-canal est donné par [20] :

$$P_{e,i} = \alpha_M \times \operatorname{erfc} \sqrt{\beta_M \times \rho_i} \quad (4.16)$$

avec :

$$\alpha_M = \frac{2}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \quad \text{et} \quad \beta_M = \frac{3}{2(M-1)} \quad (4.17)$$

L'optimisation sous la contrainte de puissance peut se faire avec un multiplicateur de Lagrange μ :

$$C_{TEB} = \frac{\alpha_M}{b} \sum_{i=1}^b \operatorname{erfc}(\sqrt{\beta_M} \sigma_i f_i) + \mu \left(\left(\sum_{i=1}^b f_i^2 \right) - p_0 \right) \quad (4.18)$$

L'annulation des $\frac{\partial C_{TEB}}{\partial f_i}$ donne les éléments f_i suivants :

$$f_i^2 = \frac{1}{2\beta_M \sigma_i^2} W_0 \left(\frac{2\sigma_i^4 \alpha_M^2 \beta_M^2}{\mu^2 \pi b^2} \right) \quad \text{pour } i = 1, \dots, b \quad (4.19)$$

dans lesquels W_0 représente la fonction W de Lambert d'indice 0 [74]. Cette fonction $W_0(x)$ est croissante avec $W_0(0) = 0$. La contrainte de puissance, $\sum_{i=1}^b f_i^2 = p_0$, permet de déterminer (par itérations par exemple) la valeur du paramètre μ , les f_i^2 variant dans le sens contraire de μ^2 .

Ce précodeur diagonal est obtenu sans approximation, il est optimal au sens du TEB, ses performances sont donc naturellement meilleures que celles des autres précodeurs linéaires diagonaux comme nous allons le vérifier dans la section 4.5.6.

L'inconvénient de ce précodeur est la recherche numérique du paramètre μ . Nous avons proposé une solution simplifiée, le précodeur AMBER, en approximant grossièrement² la fonction de Lambert d'indice 0 de la façon suivante [68] :

$$W_0(x) \simeq \log(x) - \log(\log(x)) \quad \text{pour } x \gg 1 \quad (4.20)$$

En injectant l'approximation (4.20) dans (4.19) et en utilisant la contrainte de puissance on obtient directement la solution approximée :

$$f_i^2 = \frac{(p_0 - \sum_{k=1}^b A_k) + \sigma_i^2 A_i \sum_{k=1}^b \sigma_k^{-2}}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^b \sigma_k^{-2}} \quad \text{pour } i = 1, \dots, b \quad (4.21)$$

dans laquelle :

$$A_i = \frac{1}{2\beta_M \sigma_i^2} (\log(b_i) - \log(\log(b_i))) \quad (4.22)$$

avec :

$$b_i = \frac{2\sigma_i^4 \alpha_M^2 \beta_M^2}{\pi b^2} \quad (4.23)$$

Cette solution est très rapide à calculer car elle ne nécessite aucune recherche numérique sur la valeur de μ . Les coefficients f_i sont calculés de façon directe et obtiennent de bonnes performances en terme de TEB. Lorsque le RSB d'une voie devient faible, le terme b_i correspondant peut être inférieur à 1. Dans ce cas le terme A_i ne peut plus être calculé en utilisant (4.22). Le précodeur affecte alors la valeur zéro à f_i , comme le font le précodeur MMSE et le précodeur maximisant la capacité.

2. Il est possible d'approximer plus finement W_0 , mais dans ce cas on ne peut plus obtenir directement f_i dans l'équation (4.21).

Précodeur \mathbf{F}_c	critère utilisé	éléments du précodeur \mathbf{F}_c
\mathbf{F}_{PU}	puissance uniforme	$f_i^2 = \frac{p_0}{b}$
\mathbf{F}_{Capa}	capacité	$f_i^2 = \left(\frac{p_0 + \sum_{k=1}^{b_\Psi} \sigma_k^{-2}}{b_\Psi} - \frac{1}{\sigma_i^2} \right)_+$
\mathbf{F}_{MMSE}	erreur quadratique moyenne	$f_i^2 = \left(\frac{p_0 + \sum_{k=1}^{b_\Psi} \sigma_k^{-2}}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^{b_\Psi} \sigma_k^{-1}} - \frac{1}{\sigma_i^2} \right)_+$
\mathbf{F}_{TEE}	taux d'erreurs égaux	$f_i^2 = \left(\frac{p_0}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^b \sigma_k^{-2}} \right)$
\mathbf{F}_{MBER}	TEB	$f_i^2 = \frac{1}{2\beta_M \sigma_i^2} W_0 \left(\frac{2\sigma_i^4 \alpha_M^2 \beta_M^2}{\mu^2 \pi b^2} \right)$
\mathbf{F}_{AMBER}	TEB approximé	$f_i^2 = \frac{(p_0 - \sum_{k=1}^b A_k) + \sigma_i^2 A_i \sum_{k=1}^b \sigma_k^{-2}}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^b \sigma_k^{-2}}$

TAB. 4.2 – Récapitulatif des principaux précodeurs linéaires.

4.5.6 Comparaison entre les précodeurs linéaires

Nous venons de voir rapidement le principe de six précodeurs linéaires. Pour comparer plus facilement leurs performances et leur politique d'allocation de puissance, nous allons leur affecter à chacun une notation :

- \mathbf{F}_{PU} pour le précodeur avec puissance uniforme de la section 4.5.1.
- \mathbf{F}_{Capa} pour le précodeur maximisant la capacité de la section 4.5.2.
- \mathbf{F}_{MMSE} pour le précodeur minimisant l'erreur quadratique moyenne de la section 4.5.3.
- \mathbf{F}_{TEE} pour le précodeur à taux d'erreurs égaux de la section 4.5.4.
- \mathbf{F}_{MBER} pour notre précodeur diagonal optimal minimisant le TEB de la section 4.5.5.
- \mathbf{F}_{AMBER} pour notre précodeur approximé minimisant le TEB de la section 4.5.5.

Rappelons que si tous ces précodeurs sont diagonaux, cela n'est pas un choix volontaire pour tous. Pour les précodeurs \mathbf{F}_{Capa} , \mathbf{F}_{MMSE} et \mathbf{F}_{TEE} la diagonalité est la conséquence de l'optimisation de leur critère. Au contraire, les précodeurs \mathbf{F}_{PU} , \mathbf{F}_{MBER} et \mathbf{F}_{AMBER} sont diagonaux par choix.

Le tableau 4.2 présente les coefficients f_i des précodeurs étudiés. Ils sont tous présentés ici avec les notations du canal virtuel, mais les résultats obtenus sont identiques à ceux de la littérature. Dans le tableau, le symbole $(\cdot)_+$ indique que seuls les éléments positifs sont acceptés, les négatifs étant remplacés par des zéros. Par suite, parmi les b éléments de la diagonale du précodeur, certains peuvent être nuls. Le paramètre b_Ψ représente le nombre d'éléments non nuls de cette diagonale.

Une première lecture du tableau 4.2 fait apparaître la puissance moyenne p_0 dans tous les coefficients f_i , sauf pour le précodeur \mathbf{F}_{MBER} . Dans ce cas, p_0 apparaît dans μ , qui doit être optimisé numériquement selon les valeurs des σ_i (voir section 4.5.5).

Pour comparer les performances en terme de TEB des différents précodeurs nous avons réalisé des simulations de Monte-Carlo. La configuration retenue ici est $n_T = 5$, $n_R = 5$, $b = 4$ et une modulation MAQ-4. Avec d'autres configurations les résultats sont du même type.

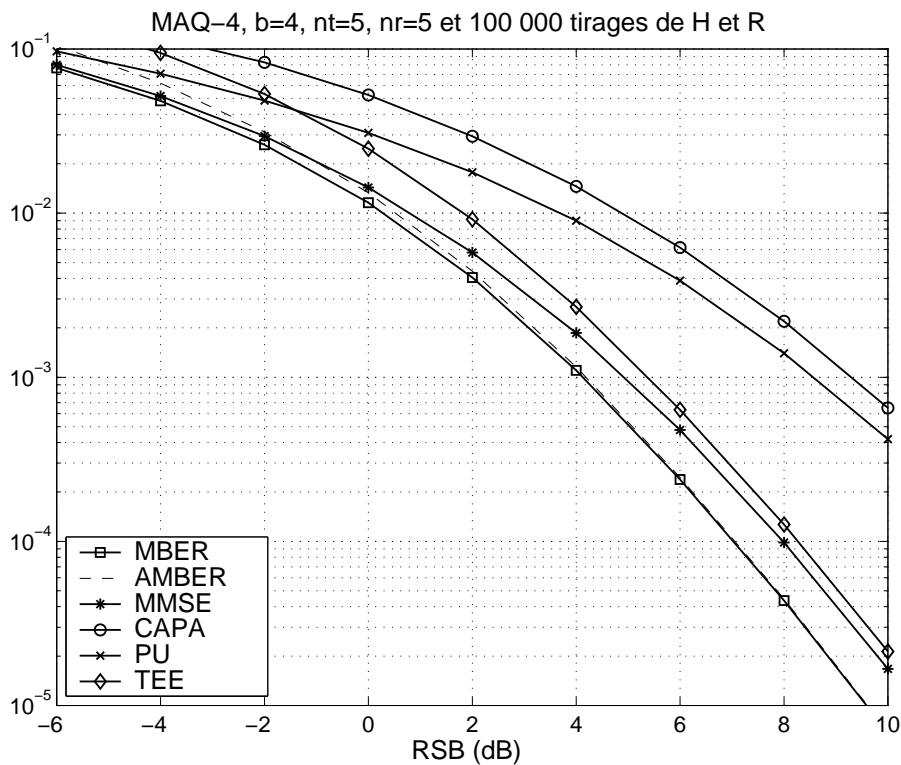


FIG. 4.2 – TEB en fonction du RSB pour les précodeurs linéaires étudiés.

Les courbes de la figure 4.2 sont tracées de la façon suivante : pour chaque niveau de RSB, 100 000 vecteurs de 4 symboles sont tirés aléatoirement. Pour chaque vecteur émis, de nouvelles matrices \mathbf{H} et \mathbf{R} sont tirées afin que les résultats ne dépendent pas d'un canal ou d'un bruit particulier. Les éléments de \mathbf{H} sont des variables aléatoires Gaussiennes complexes i.i.d., centrées et de variances unitaires. Pour obtenir le RSB désiré les matrices \mathbf{R} sont normalisées après avoir été calculées sous la forme $\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{T}^*$ (Les éléments de \mathbf{T} sont des variables aléatoires Gaussiennes complexes i.i.d., centrées et de variances unitaires). Puisque la puissance reçue dépend du précodeur, le RSB est défini comme le rapport entre la puissance émise p_0 et la puissance totale du bruit.

La figure 4.2 montre le TEB en fonction du RSB pour les précodeurs étudiés. Les résultats, qui peuvent paraître surprenants, méritent une analyse rapide avant de comparer les différentes politiques d'allocation de puissance :

- Le précodeur \mathbf{F}_{Capa} , qui maximise la capacité, possède le moins bon TEB. C'est à priori surprenant car la capacité est un élément déterminant. Toutefois, il n'est pas très adapté aux conditions que nous nous sommes imposées. En effet nous sommes sans codage avec un débit fixe et le système ne peut profiter pleinement de l'augmentation de capacité du canal. Autrement dit, le critère améliore une borne dont nous sommes de toutes façons très éloignés.
- \mathbf{F}_{PU} , qui répartit uniformément la puissance ne fait pas beaucoup mieux, sauf lorsque le RSB est faible.

En revanche, il a le principal avantage d'être très simple.

- Pour \mathbf{F}_{TEE} , le TEB est nettement plus faible dès que le RSB augmente. Ajoutons que le fait que chaque voie ait le même TEB est un avantage dans de nombreuses configurations.
- La minimisation de l'erreur quadratique moyenne du précodeur \mathbf{F}_{MMSE} donne de très bons résultats. Ce n'est pas une surprise car ce critère est bien adapté à la configuration. Seul le précodeur diagonal optimal fait toujours mieux, en particulier avec peu de bruit.
- Le meilleur TEB des précodeurs diagonaux est atteint avec le \mathbf{F}_{MBER} . Ce n'est pas une surprise puisqu'il est optimal. Par rapport au précodeur MMSE le gain en RSB est d'environ 1dB (à partir du niveau 0dB).
- Le précodeur \mathbf{F}_{AMBER} , qui est une approximation de l'optimal, opère parfaitement à fort RSB. A faible RSB, l'approximation faite en (4.20) est moins bonne et les performances se dégradent, devenant moins bonnes que celles de \mathbf{F}_{MMSE} .

Trois précodeurs peuvent affecter la valeur zéro à des coefficients f_i . Il s'agit des précodeurs \mathbf{F}_{Capa} , \mathbf{F}_{MMSE} (cf. tableau 4.2) et \mathbf{F}_{AMBER} (cf. équation (4.22)). Lorsque $f_i = 0$ la puissance de la voie i est nulle, son TEB est alors de $1/2$. Pour le précodeur \mathbf{F}_{AMBER} c'est une conséquence de l'approximation (4.20). Pour les deux autres précodeurs c'est un choix de ne pas «gaspiller» de puissance dans une voie trop défavorisée.

La figure 4.3 illustre la stratégie d'allocation de puissance pour quatre précodeurs. Dans la représentation simplifiée il n'est pas impropre de parler d'allocation de puissance, car les précodeurs étant diagonaux, ils ne font que répartir la puissance p_0 entre les différents sous-canaux de \mathbf{H}_v .

Pour le précodeur \mathbf{F}_{TEE} la répartition de puissance ne dépend pas de la valeur du RSB. Pour égaliser les taux d'erreurs il affecte plus de puissance aux voies défavorisées et moins aux voies favorisées. Il est donc insensible au niveau de bruit, mais dépend uniquement des rapports entre les σ_i ³.

Les précodeurs \mathbf{F}_{Capa} et \mathbf{F}_{MBER} ont des stratégies totalement opposées. Le précodeur \mathbf{F}_{Capa} répartit uniformément la puissance à fort RSB. Lorsque le bruit augmente il alloue moins de puissance sur la dernière voie (la moins favorisée car les σ_i sont rangés par ordre décroissant). A contrario, le précodeur \mathbf{F}_{MBER} affecte plus de puissance sur les voies défavorisées et très peu sur la première voie. Le précodeur \mathbf{F}_{MMSE} suit une stratégie intermédiaire.

Après cette présentation synthétique des principaux précodeurs linéaires de la littérature nous allons voir un autre type de précodage : la sélection d'antenne.

4.6 Précodage par sélection d'antennes

Le dernier type de précodage de la littérature que nous allons voir est la sélection d'antennes, qui a été présenté dans les références [66], [75] et [76]. Le principe est de choisir les b meilleures antennes émettrices

3. Pour le modèle de canal de Rayleigh, les rapports entre les σ_i sont statistiquement indépendants du niveau de RSB.

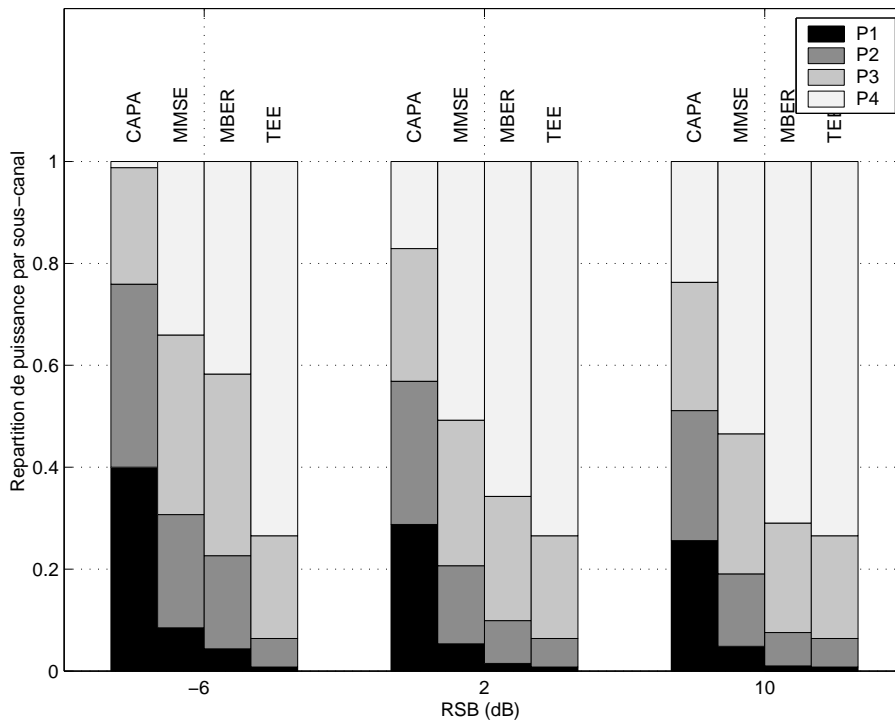


FIG. 4.3 – Stratégies d'allocation de puissance des précodeurs pour trois niveaux de RSB. La puissance est répartie entre quatre voies. La puissance P_i de chaque voie est représentée par une barre grisée.

parmi les n_T disponibles, pour transmettre les b voies de données. Chaque voie de donnée est émise directement sur une antenne, la puissance p_0 étant répartie uniformément. Heath et Paulraj [76] proposent quatre critères pour choisir les b meilleures antennes émettrices selon le type de récepteur utilisé (ZF, MMSE, MV).

Ce type de précodeur possède plusieurs avantages :

- n_T antennes sont disponibles, mais comme seulement b sont utilisées simultanément l'émetteur n'a besoin que de b amplificateurs, ce qui diminue le coût du matériel.
- Le jeu d'antennes optimal peut être choisi au récepteur, qui l'indique ensuite à l'émetteur. La boucle de retour ne nécessite donc qu'un débit très faible, ce qui économise les ressources.
- Le principe du précodeur n'est pas lié à un type de récepteur, il s'intègre donc très bien dans un système avec un récepteur linéaire ou MV.
- Comme nous allons le voir par la suite, le gain en TEB est important avec seulement une antenne de plus à l'émission ($n_T = b + 1$).

Ce travail a été initialisé dans la publication [66], dans laquelle les auteurs démontrent que lorsque \mathbf{H} n'est pas de rang plein, la capacité du canal peut être augmentée en diminuant n_T . Le fait que \mathbf{H} ne soit pas de rang plein implique que des colonnes de \mathbf{H} sont des combinaisons linéaires d'autres colonnes (chaque colonne correspond à une antenne émettrice). L'information présente dans ces colonnes est redondante et ne contribue

pas à la capacité. En notant k le rang de \mathbf{H} , les auteurs proposent d'utiliser k antennes à l'émission, formant ainsi un canal de rang plein. Si plusieurs combinaisons de k antennes forment un canal de rang plein, c'est celle donnant le plus grand déterminant à \mathbf{H} qui est retenue. La capacité est améliorée car le rang du canal est conservé et la puissance sur chaque antenne augmentée ($\frac{p_0}{k}$ au lieu de $\frac{p_0}{n_T}$).

En ce qui concerne le choix du jeu d'antennes quatre critères sont testés dans [76] :

1. Les b antennes donnant la plus grande capacité. Comme nous l'avons déjà vu pour les précodeurs linéaires, ce critère ne minimise pas forcément le TEB pour un système dont le débit est figé.
2. Le choix du jeu d'antennes qui maximise le plus petit RSB des b sous-canaux. Le RSB_{min} conditionne les performances des récepteurs, il est donc testé parmi les différents critères.
3. Les auteurs proposent aussi de tester λ_{min} , plus petite valeur singulière du canal. Dans la section 4.5.4 nous avons vu que le RSB_{min} était directement lié à λ_{min} . Ce critère fournit donc toujours le même jeu d'antennes que le critère précédent.
4. La plus grande distance minimale sur la constellation reçue (\mathcal{D}_{min}) est le dernier critère proposé. Le nombre de jeux d'antennes étant fini, il est possible de calculer toutes les distances et de retenir le jeu optimal. Cette recherche peut rapidement devenir contraignante en charge de calcul lorsque le nombre d'antennes et d'états de la constellation augmentent.

Finalement, les résultats des simulations de [76] montrent qu'avec un récepteur MV, c'est le critère \mathcal{D}_{min} qui donne les meilleures performances, bien que cela ne soit que de peu devant les autres critères. Pour la suite nous utiliserons \mathcal{D}_{min} pour sélectionner les jeux d'antennes.

Comme pour les précodeurs linéaires, pour évaluer les performances en terme de TEB des précodeurs à sélection d'antennes nous avons réalisé des simulations de Monte-Carlo. La configuration retenue ici est $n_R = 2$, $b = 2$ et une modulation MAQ-4. Le nombre d'antennes à l'émission n_T dépend des configurations.

Les courbes des figures 4.4 et 4.5 sont tracées de la façon suivante : pour chaque niveau de RSB, 20 000 matrices \mathbf{H} et \mathbf{R} sont tirées afin que les résultats ne dépendent pas d'un canal ou d'un bruit particulier. Pour chaque jeu de matrices, 100 vecteurs de 2 symboles sont émis. Les éléments de \mathbf{H} sont des variables aléatoires Gaussiennes complexes i.i.d., centrées et de variances unitaires. Pour obtenir le RSB désiré les matrices \mathbf{R} sont normalisées après avoir été calculées sous la forme $\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{T}^*$ (Les éléments de \mathbf{T} sont des variables aléatoires Gaussiennes complexes i.i.d., centrées et de variances unitaires). Puisque la puissance reçue dépend du choix des antennes, le RSB est défini comme le rapport entre la puissance émise p_0 et la puissance totale du bruit.

La figure 4.4 compare un système V-BLAST disposant de $n_T = 2$ antennes avec deux systèmes à sélection d'antennes (SC), disposant respectivement de $n_T = 3$ et $n_T = 4$ antennes. Un récepteur MV est utilisé dans tous les cas. Notons que le canal de transmission n'étant pas diagonalisé par un précodeur linéaire \mathbf{F} et un décodeur \mathbf{G} , le récepteur MV doit estimer simultanément tous les symboles du vecteur émis \mathbf{s} , ce qui augmente exponentiellement sa complexité. Le gain en RSB apporté par la possibilité de choisir deux antennes parmi trois est important. Pour un TEB de 10^{-2} il est d'environ 3dB, et de presque 5dB pour un TEB de 10^{-3} . Cet

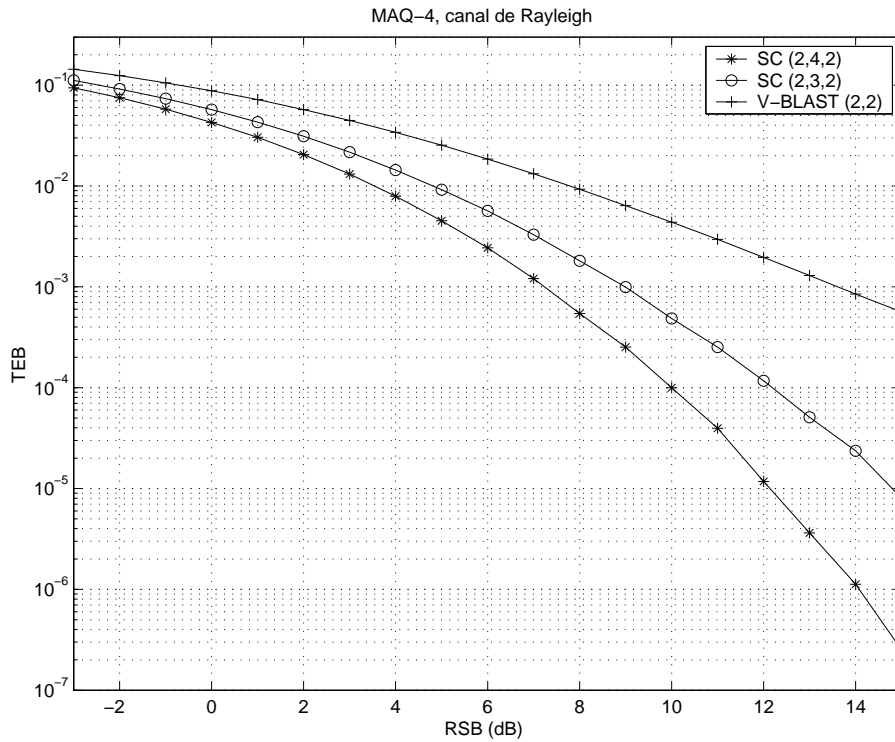


FIG. 4.4 – Apport d'une et deux antennes à l'émission par rapport à un système V-BLAST. La configuration commune aux trois courbes est $b = 2$ et $n_R = 2$. Le système V-BLAST est équipé de $n_T = 2$ antennes à l'émission, alors que les systèmes à sélection d'antennes possèdent respectivement $n_T = 4$ et $n_T = 3$ antennes émettrices.

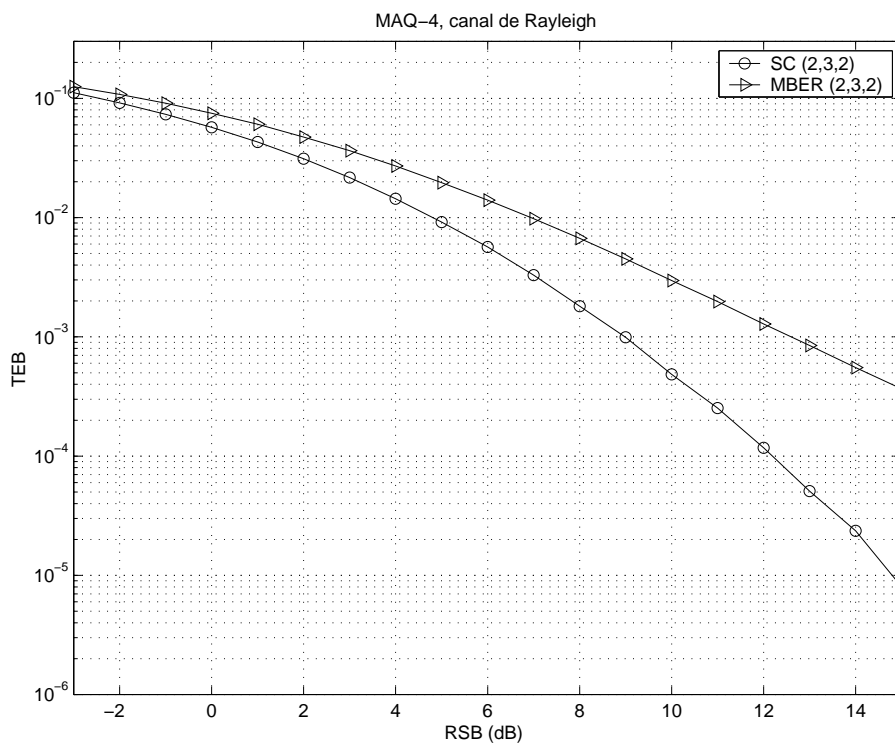


FIG. 4.5 – Comparaison entre la sélection d'antennes et le précodeur linéaire MBER. La même configuration est utilisée par les deux systèmes de précodage : $b = 2$, $n_T = 3$ et $n_R = 2$.

écart augmente ensuite très rapidement lorsque le RSB dépasse 10dB. Avec le choix d'une quatrième antenne, le gain en RSB est de plus de 1dB pour un TEB de 10^{-2} et de 2dB à 10^{-3} . La sélection d'antennes améliore donc sensiblement les performances des systèmes testés. Avec d'autres nombres d'antennes et d'autres récepteurs les résultats sont du même type.

La figure 4.5 compare la sélection d'antennes (SC) avec le précodeur linéaire le plus performant : le MBER. Le résultat est surprenant : la sélection d'antennes obtient de meilleurs résultats que le précodeur linéaire diagonal optimal. Pourtant la sélection d'antennes peut être écrite sous la forme d'une matrice de précodage \mathbf{F}_{SC} constituée de 0 et de 1. Par exemple, pour choisir les deux premières antennes parmi trois :

$$\mathbf{F}_{SC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

La sélection d'antennes est donc un cas particulier des précodeurs linéaires. À ce titre elle doit être moins performante que le meilleur précodeur linéaire, ce qui implique que le précodeur diagonal optimal \mathbf{F}_{MBER} n'est pas le meilleur précodeur possible. L'explication vient du choix fait dans la section 4.5.5 de prendre un précodeur diagonal. En effet, si on écrit le précodeur \mathbf{F}_{SC} dans la représentation simplifiée, il n'est pas diagonal⁴. Pour améliorer encore les performances des précodeurs linéaires, il est donc nécessaire d'étendre la recherche à des précodeurs non-diagonaux dans la représentation simplifiée.

4.7 Conclusion

Cette présentation rapide des principaux précodeurs linéaires et de la sélection d'antennes nous a permis de mettre plusieurs points en évidence :

- La CSI permet d'améliorer les performances des systèmes MIMO par le précodage.
- La représentation de la matrice de canal \mathbf{H} sous la forme diagonale \mathbf{H}_v permet de représenter le canal en sous-canaux parallèles indépendants. L'optimisation et l'analyse des précodeurs s'en trouvent simplifiées.
- De nombreux critères sont utilisés dans la littérature pour répondre aux différents besoins. Ici nous cherchons à améliorer le TEB de la transmission, mais nous ne savons l'optimiser que pour un précodeur diagonal.
- Tous les précodeurs linéaires étudiés sont diagonaux. Mais l'exemple de la sélection d'antennes montre l'intérêt d'élargir nos recherches aux précodeurs non-diagonaux, tout en sachant que cela augmente la complexité du récepteur MV.

4. En fait cela dépend de la valeur de \mathbf{H} . Il peut arriver que \mathbf{F}_{SC} soit diagonal dans la représentation simplifiée, mais ce n'est qu'un cas particulier.

- Pour la sélection d'antennes c'est le critère \mathcal{D}_{min} qui donne les meilleurs résultats en TEB.

À partir de ces constatations, nous avons orienté nos recherches vers des précodeurs linéaires non-diagonaux basés sur \mathcal{D}_{min} . Dans le chapitre suivant nous allons étudier les précodeurs linéaires à coefficients réels, avant de voir ceux à coefficients complexes dans le chapitre 6.

Chapitre 5

Précodeurs réels basés sur \mathcal{D}_{min}

5.1 Introduction

La partie du chapitre 4 comparant les précodeurs linéaires avec la sélection d'antennes montre que les précodeurs diagonaux ne sont pas nécessairement les plus efficaces. Nous allons donc étudier des précodeurs non-diagonaux, en utilisant la représentation simplifiée du canal. L'expression générale du TEB étant, dans ce cas, difficile à écrire, nous allons utiliser le critère de la distance minimale. Ce critère est proche de celui du TEB car nous utilisons un récepteur MV.

Parmi les modulations classiques, la MAQ possède de bonnes propriétés en terme de distance minimale. L'idée de ce chapitre est d'essayer de reproduire la forme d'une constellation MAQ sur les constellations des différents récepteurs¹. Pour y arriver nous allons utiliser des précodeurs avec des coefficients réels, qui sont à la fois simples et performants. Dans le chapitre suivant nous étudierons les précodeurs à coefficients complexes, optimaux au sens de \mathcal{D}_{min} .

Dans cette partie nous nous sommes limités à des systèmes émettant en MAQ-4 des vecteurs de deux symboles indépendants ($b = 2$). Le nombre d'antennes disponibles à l'émetteur (n_T) et au récepteur (n_R) sera donc supérieur ou égal à deux. Le principe développé ici doit pouvoir s'étendre à d'autres modulations ou à des vecteurs de plus grande dimension, mais actuellement ce travail n'est pas réalisé.

Comme dans le chapitre précédent, le canal de transmission \mathbf{H} va être représenté par le modèle simplifié équivalent que nous avons développé. Ayant deux voies de symboles indépendants à transmettre, le précodeur utilisera deux voies de transmission indépendantes dans la représentation simplifiée, les deux premières puisqu'elles ont le meilleur rapport signal sur bruit. Le canal virtuel peut s'écrire :

$$\mathbf{H}_v = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\rho_2} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

1. Une partie des résultats de ce chapitre a fait l'objet d'une publication à la conférence Asilomar'02 [77].

dans lequel ρ_i correspond au rapport signal sur bruit de la voie i ($\rho_1 \geq \rho_2$).

Le critère utilisé étant \mathcal{D}_{min} , nous notons le précodeur $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$:

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} x & y \\ w & z \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

avec la contrainte sur la puissance moyenne p_0 :

$$\text{trace}(\mathbf{F}_{\mathcal{D}} \mathbf{F}_{\mathcal{D}}^*) \leq p_0 \quad (5.3)$$

Dans la représentation simplifiée l'équation du système peut s'écrire :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} \mathbf{s} + \nu_v \quad (5.4)$$

soit :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\rho_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ w & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \nu_{v_1} \\ \nu_{v_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_1}(xs_1 + ys_2) + \nu_{v_1} \\ \sqrt{\rho_2}(ws_1 + zs_2) + \nu_{v_2} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

5.2 Position du problème

Nous allons poser ici les équations des distances minimales pour les précodeurs réels, ainsi que les conditions sur x, y, z et w qui les accompagnent. Nous mettrons ensuite les précodeurs réels sous forme trigonométrique, ce qui facilitera la recherche des précodeurs maximisant la distance minimale.

5.2.1 Hypothèse 1 : x, y, w et z réels

La différence entre un précodeur réel et un précodeur complexe provient des termes de phases qui induisent des rotations permettant de modifier la forme de la constellation en réception. Lorsque le précodeur est réel et que l'on utilise une modulation MAQ-4 avec $b = 2$, la forme de la constellation reçue sur chaque récepteur correspond à une MAQ-16 dont les 4 points de chaque quadrant seraient plus ou moins éloignés du centre. La figure 5.1 représente une constellation sur le récepteur 1. Les 16 impacts correspondent aux 4 possibilités pour s_1 et aux 4 possibilités pour s_2 , multipliées respectivement par $\sqrt{\rho_1}x$ et $\sqrt{\rho_1}y$ (cf. équation 5.5). Sur le second récepteur, les 16 impacts correspondent aux mêmes possibilités, multipliées par $\sqrt{\rho_2}w$ et $\sqrt{\rho_2}z$. Nous choisissons ici de nous limiter à ce type de constellation, qui est simple et possède de bonnes propriétés en terme de \mathcal{D}_{min} . Le chapitre suivant étudie les précodeurs à coefficients complexes.

Les signes de x, y, w et z ne modifient pas la forme des constellations reçues, et n'ont donc pas d'influence sur les distances minimales. Nous laisserons les coefficients de $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ être positifs ou négatifs, une valeur absolue apparaissant dans les formules des distances.

Le rapport entre x et y détermine la forme de la constellation sur le premier récepteur, alors que le rapport entre w et z agit sur le second. Nous verrons ceci plus en détails dans la section 5.2.3.

5.2.2 Définition des distances \mathcal{D}_{s_1} et \mathcal{D}_{s_2}

Pour définir les distances \mathcal{D}_{s_1} et \mathcal{D}_{s_2} nous allons supposer que $x > y$ et que $z > w$. Ne pas respecter cette hypothèse équivaut à intervertir dans les définitions x avec y , z avec w et \mathcal{D}_{s_1} avec \mathcal{D}_{s_2} . Les valeurs de distances qui suivent sont calculées pour des symboles ayant une puissance unitaire. Dans le cas contraire toutes les distances seraient multipliées par le même facteur, ce qui ne changerait pas la recherche de $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$.

La figure 5.1 représente une constellation sur le récepteur 1 pour $x = 3$ et $y = 1$. La valeur du symbole s_1 détermine le quadrant dans lequel se trouve l'impact, alors que le symbole s_2 détermine la position du point à l'intérieur du quadrant. En terme de distance ceci peut se traduire de la façon suivante : la distance $\mathcal{D}_{s_1 r_1}$ est la distance minimale entre deux quadrants sur le récepteur 1, c'est donc la distance minimale pour déterminer s_1 sur ce récepteur. De même la distance $\mathcal{D}_{s_2 r_1}$ est la distance minimale entre les points d'un même quadrant sur le récepteur 1, elle permet de déterminer la valeur du symbole s_2 sur ce récepteur.

Ces distances sur le premier récepteur s'obtiennent avec le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_{s_1 r_1}^2 &= 2\rho_1(|x| - |y|)^2 \\ \mathcal{D}_{s_2 r_1}^2 &= 2\rho_1 y^2\end{aligned}\tag{5.6}$$

De même sur le second récepteur :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_{s_1 r_2}^2 &= 2\rho_2 w^2 \\ \mathcal{D}_{s_2 r_2}^2 &= 2\rho_2(|z| - |w|)^2\end{aligned}\tag{5.7}$$

Les distances minimales pour chaque symbole peuvent alors s'écrire :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_{s_1}^2 &= \mathcal{D}_{s_1 r_1}^2 + \mathcal{D}_{s_1 r_2}^2 = 2\rho_1(|x| - |y|)^2 + 2\rho_2 w^2 \\ \mathcal{D}_{s_2}^2 &= \mathcal{D}_{s_2 r_1}^2 + \mathcal{D}_{s_2 r_2}^2 = 2\rho_1 y^2 + 2\rho_2(|z| - |w|)^2\end{aligned}\tag{5.8}$$

Les distances \mathcal{D}_{s_1} et \mathcal{D}_{s_2} sont les distances minimales qui vont affecter les performances du récepteur MV lors de l'estimation des symboles s_1 et s_2 . La distance minimale sera la plus petite de ces deux distances :

$$\mathcal{D}_{min} = \min(\mathcal{D}_{s_1}, \mathcal{D}_{s_2})\tag{5.9}$$

Lorsque le précodeur est optimisé nous avons $\mathcal{D}_{s_1} = \mathcal{D}_{s_2} = \mathcal{D}_{min}$. En effet, si par exemple $\mathcal{D}_{s_1} > \mathcal{D}_{s_2} = \mathcal{D}_{min}$, il est toujours possible de diminuer x et y pour augmenter w et z tout en respectant la contrainte de puissance. Ceci revient à diminuer \mathcal{D}_{s_1} et à augmenter \mathcal{D}_{s_2} jusqu'à l'équilibre, qui correspond à l'optimal. Nous allons utiliser cette propriété pour optimiser le précodeur $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ dans la section 5.3.

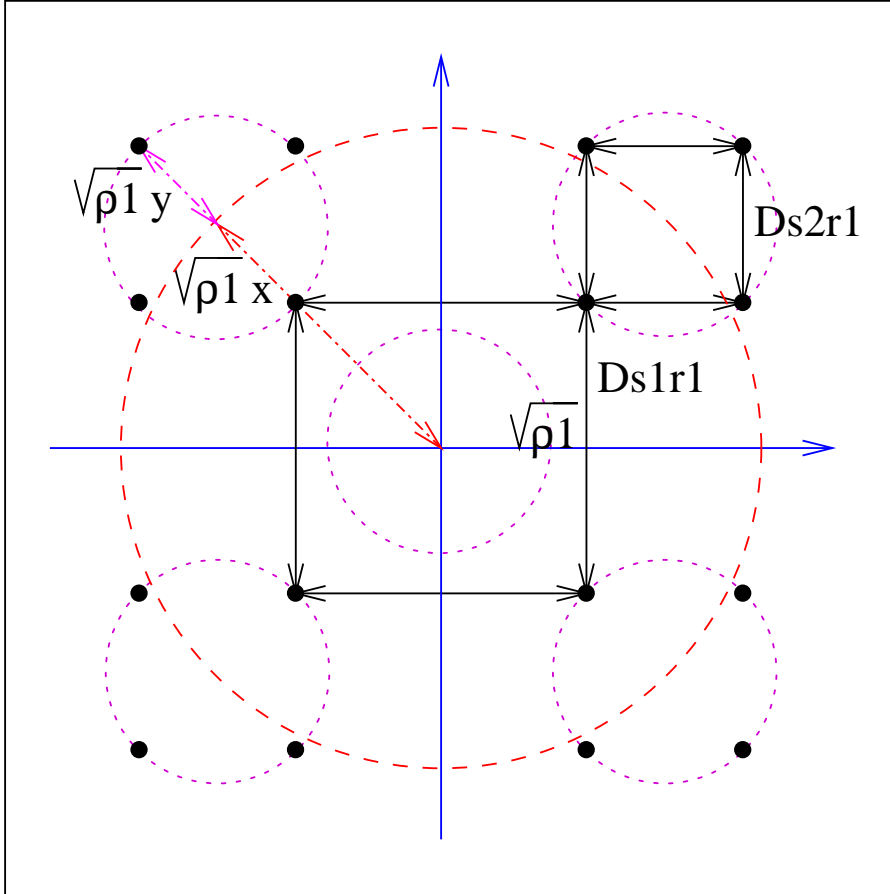


FIG. 5.1 – Exemple de constellation sur le récepteur 1 avec $x = 3$ et $y = 1$. La distance D_{s1r1} est cruciale pour la détermination correcte du symbole s_1 , la distance D_{s2r1} est cruciale pour la détermination correcte du symbole s_2 .

5.2.3 Restriction à $|x| \geq 2|y|$ et $|z| \geq 2|w|$

Cette restriction peut s'expliquer grâce à la figure 5.2. Deux constellations différentes sont représentées sur le récepteur 1 pour une valeur de $\rho_1 = 1$. Dans le premier cas $x = 3$ et $y = 2$, ce qui donne les distances $\mathcal{D}_{s1r1}^2 = 2\rho_1(|x| - |y|)^2 = 2$ et $\mathcal{D}_{s2r1}^2 = 2\rho_1 y^2 = 8$. Dans le second cas $x = 1$ et $y = 3$, les distances correspondantes sont $\mathcal{D}_{s1r1}^2 = 2\rho_1 x^2 = 2$ et $\mathcal{D}_{s2r1}^2 = 2\rho_1(|y| - |x|)^2 = 8$ (comme $|y| > |x|$ les définitions sont différentes, cf. section 5.2.2).

Dans les deux cas les distances \mathcal{D}_{s1r1} et \mathcal{D}_{s2r1} ne sont pas modifiées. La puissance utilisée dans le premier cas est $x^2 + y^2 = 13$, et $x^2 + y^2 = 10$ dans le second cas. La seconde configuration est donc meilleure car elle utilise moins de puissance pour les mêmes distances. Pour obtenir cette configuration il faut qu'il y ait un rapport d'au moins 2 entre $|x|$ et $|y|$. Sur la constellation, cela se traduit par des points à l'intérieur de chaque quadrant qui sont plus rapprochés, comme sur la partie droite de la figure 5.2. Cette configuration étant plus performante, le précodeur optimal sera de ce type.

Si nous nous plaçons dans le cas $|x| \geq 2|y|$ cela implique $\mathcal{D}_{s1r1} \geq \mathcal{D}_{s2r1}$. Lorsque le précodeur est opti-

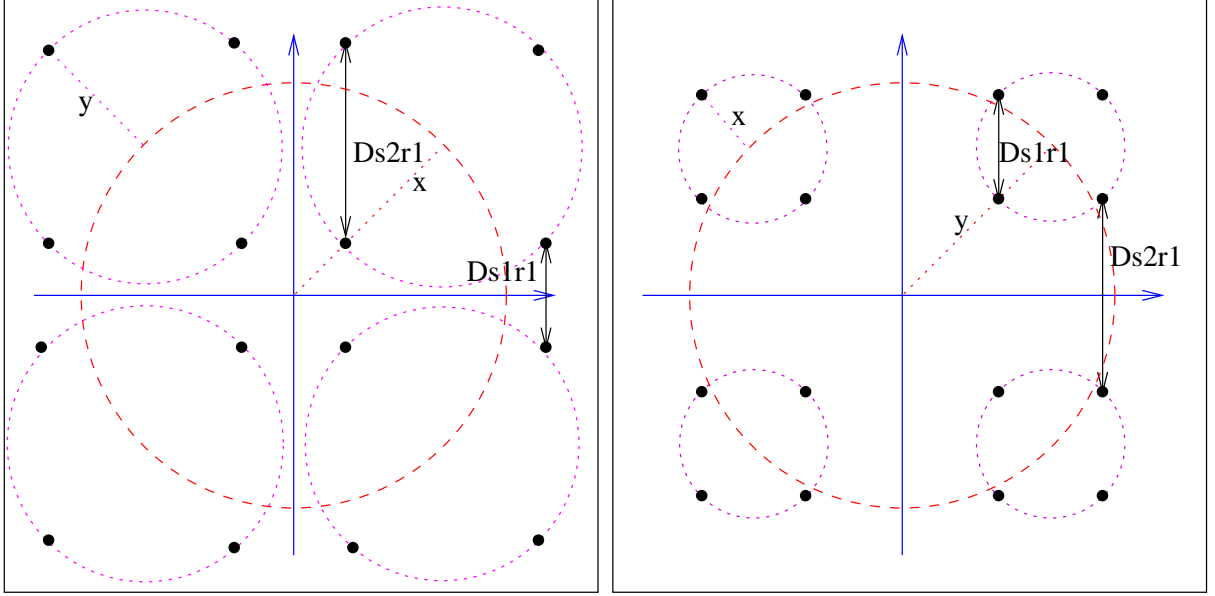


FIG. 5.2 – Deux exemples de constellations sur le récepteur 1 avec $\rho_1 = 1$: à gauche $x=3$ et $y=2$, à droite $x=1$ et $y=3$. Les distances minimales sont identiques, mais l'exemple de droite utilise moins de puissance.

misé nous avons $\mathcal{D}_{s_1} = \mathcal{D}_{s_2} = \mathcal{D}_{min}$, ce qui implique $\mathcal{D}_{s_2r_2} \geq \mathcal{D}_{s_1r_2}$, ou encore $|z| \geq 2|w|$. L'autre alternative, $|y| \geq 2|x|$, est similaire et implique que $|w| \geq 2|z|$. Ceci correspond à une permutation des colonnes de $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ et ne modifie en rien \mathcal{D}_{min} . Pour éviter d'avoir deux cas à traiter, nous prendrons $|x| \geq 2|y|$ et $|z| \geq 2|w|$.

5.2.4 Forme trigonométrique des précodeurs $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$

Pour faciliter la recherche des précodeurs $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ nous allons les mettre sous une forme trigonométrique. Pour l'obtenir nous utilisons une SVD :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} x & y \\ w & z \end{pmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^* \quad (5.10)$$

avec \mathbf{A} et \mathbf{B} matrices unitaires et $\mathbf{\Sigma}$ matrice diagonale dont les éléments réels positifs sont rangés par ordre décroissant. La contrainte de puissance devient alors :

$$\|\mathbf{\Sigma}\|^2 = p_0 \quad (5.11)$$

Dans l'annexe B il est démontré que pour maximiser la distance minimale il faut choisir $\mathbf{A} = \mathbf{I}$.

Afin de faciliter les calculs qui suivent, la matrice diagonale $\mathbf{\Sigma}$ peut s'écrire :

$$\mathbf{\Sigma} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{4} \quad (5.12)$$

Dans cette équation ψ est compris entre 0 et $\frac{\pi}{4}$ pour respecter l'ordre décroissant des coefficients donné

par la SVD.

$\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$, \mathbf{A} et Σ étant réels, la matrice \mathbf{B}^* doit être réelle, d'où son expression générale :

$$\mathbf{B}^* = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Pour respecter l'hypothèse $|x| \geq 2|y|$ et $|z| \geq 2|w|$ de la section 5.2.3, il faut $\tan \theta \leq \frac{1}{2}$. En notant θ_{max} l'angle tel que $\tan(\theta_{max}) = \frac{1}{2}$, nous pouvons restreindre le domaine de recherche de θ :

$$0 \leq \theta \leq \theta_{max} \quad (5.14)$$

La nouvelle forme du précodeur réel est donc :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

et d'après l'équation 5.8 les distances s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{s1}^2 &= 2p_0\rho_1 \cos^2 \psi (\cos \theta - \sin \theta)^2 + 2p_0\rho_2 \sin^2 \psi \sin^2 \theta \\ \mathcal{D}_{s2}^2 &= 2p_0\rho_1 \cos^2 \psi \sin^2 \theta + 2p_0\rho_2 \sin^2 \psi (\cos \theta - \sin \theta)^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Cette paramétrisation permet de réduire de quatre (x , y , z et w) à deux (ψ et θ) le nombre de paramètres utilisés. De plus, grâce à la forme trigonométrique, la contrainte de puissance est intégrée aux relations entre les coefficients du précodeur, ce qui va faciliter l'optimisation.

5.3 Recherche des précodeurs $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$

Nous allons maintenant chercher les valeurs de ψ et θ qui, en fonction du canal virtuel \mathbf{H}_v , maximisent la distance minimale. Rappelons qu'à l'optimum nous avons $\mathcal{D}_{s1} = \mathcal{D}_{s2} = \mathcal{D}_{min}$.

En définissant le paramètre k :

$$k = \frac{\rho_1}{\rho_2} \geq 1 \quad (5.17)$$

l'égalité des deux distances donne :

$$\begin{aligned} 0 &= \mathcal{D}_{s1}^2 - \mathcal{D}_{s2}^2 \\ &= k \cos^2 \psi (\cos \theta - \sin \theta)^2 + \sin^2 \psi \sin^2 \theta - k \cos^2 \psi \sin^2 \theta - \sin^2 \psi (\cos \theta - \sin \theta)^2 \\ &= (k - \tan^2 \psi) \left[(\cos \theta - \sin \theta)^2 - \sin^2 \theta \right] \\ &= (k - \tan^2 \psi) \cos \theta (\cos \theta - 2 \sin \theta) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Trois solutions se présentent pour obtenir l'égalité des distances :

$$1^{\circ} \quad \cos \theta = 0$$

$$2^{\circ} \quad \cos \theta = 2 \sin \theta$$

$$3^{\circ} \quad \tan^2 \psi = k$$

Nous allons examiner ces trois cas pour savoir lequel donne le $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ avec la plus grande distance minimale.

cas n° 1 : $\cos \theta = 0$

Cette valeur de θ n'est pas compatible avec les hypothèses que nous avons faites avant le calcul, en particulier avec l'équation 5.14. Ce sont donc les deux autres cas qui vont permettre de déterminer le précodeur $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$.

cas n° 2 : $\cos \theta = 2 \sin \theta$

Dans ce cas nous avons $\tan \theta = \frac{1}{2}$. En utilisant $\cos^2 + \sin^2 = 1$ nous obtenons directement $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ et $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Le précodeur s'écrit alors :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \sqrt{\frac{p_0}{5}} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

La distance \mathcal{D}_{s1} permet de calculer ψ :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{s1}^2 &= \frac{2}{5} p_0 \rho_1 \cos^2 \psi + \frac{2}{5} p_0 \rho_2 \sin^2 \psi \\ &= \frac{2}{5} p_0 \rho_2 (k \cos^2 \psi + \sin^2 \psi) \\ &= \frac{2}{5} p_0 \rho_2 ((k-1) \cos^2 \psi + 1) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Comme $(k-1) \geq 0$, le maximum de la distance est obtenu pour $\cos^2 \psi = 1$, soit $\psi = 0$. Le précodeur prend alors la forme :

$$\mathbf{F}_Q = \sqrt{\frac{p_0}{5}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{p_0}{5}} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Ce précodeur est noté \mathbf{F}_Q car il fournit une constellation de MAQ-16 sur le seul récepteur utilisé (dans la représentation virtuelle du canal). La distance minimale fournie par ce précodeur est :

$$\mathcal{D}_Q^2 = \frac{2}{5} p_0 \rho_1 \quad (5.22)$$

Après avoir traité le cas suivant, nous allons voir que \mathbf{F}_Q est un précodeur réel optimal au sens de \mathcal{D}_{min} ,

pour les valeurs de $k \geq 4$.

cas n° 3 : $\tan^2 \psi = k$

Pour calculer \mathcal{D}_{s_1} nous avons besoin de la valeur de $\cos \psi$ et $\sin \psi$:

$$\sin^2 \psi = \frac{\tan^2 \psi}{1 + \tan^2 \psi} = \frac{k}{1+k} \quad \text{et} \quad \cos^2 \psi = \frac{1}{1 + \tan^2 \psi} = \frac{1}{1+k}$$

La valeur de \mathcal{D}_{s_1} est alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{s_1}^2 &= 2p_0\rho_2 \left[k \frac{1}{1+k} (\cos \theta - \sin \theta)^2 + \frac{k}{1+k} \sin^2 \theta \right] \\ &= 2p_0\rho_2 \frac{k}{1+k} \left[(\cos \theta - \sin \theta)^2 + \sin^2 \theta \right] \\ &= 2p_0 \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \left[1 - 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta \right] \end{aligned} \quad (5.23)$$

Pour chercher l'angle θ qui maximise \mathcal{D}_{s_1} nous pouvons dériver $\mathcal{D}_{s_1}^2$:

$$\frac{\partial \mathcal{D}_{s_1}^2}{\partial \theta} = 2p_0 \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} (-2 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta) \quad (5.24)$$

Si la dérivée s'annule nous aurons un extremum :

$$\begin{aligned} 0 &= -2 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta \\ &= \sin^2 \theta + \cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta \\ &= \tan^2 \theta + \tan \theta - 1 \quad \text{pour } \theta \neq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (5.25)$$

La dérivée s'annule pour $\tan \theta = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ et pour $\tan \theta = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. Ces deux valeurs sont en dehors de notre intervalle de recherche, la dérivée ne change donc pas de signe pour $0 \leq \theta \leq \theta_{max}$. Pour $\theta = 0$ elle est négative, la distance \mathcal{D}_{s_1} est donc décroissante sur $[0, \theta_{max}]$. Sa valeur la plus grande est pour $\theta = 0$, d'où la forme du précodeur :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{p_0}{1+k}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{k} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

Ce précodeur est diagonal, donc il transmet le symbole s_1 sur le premier sous-canal et le symbole s_2 sur le second. La constellation sur le récepteur 1 sera celle de s_1 , c'est à dire une MAQ-4. De même la constellation MAQ-4 reçue sur le second récepteur ne dépend que de s_2 . Les distances étant égales, les constellations ont la même taille, ce qui revient à dire que plus de puissance est émise sur la seconde voie pour arriver au même RSB que sur la première voie. Cette solution est radicalement différente du premier précodeur $\mathbf{F}_{\mathcal{Q}}$, qui

transmet toute l'information sur le sous-canal le plus favorisé, et qui produit une constellation de MAQ-16 sur le récepteur 1.

En fait le précodeur qui égalise les RSB des sous-canaux est déjà connu, il s'agit du précodeur à taux d'erreurs égaux \mathbf{F}_{TEE} de la section 4.5.4. Cela peut se vérifier en reprenant la formule des coefficients f_i du précodeur \mathbf{F}_{TEE} donnée dans le tableau 4.2 :

$$f_i^2 = \left(\frac{p_0}{\sigma_i^2 \sum_{k=1}^b \sigma_k^{-2}} \right)$$

Nous avons posé ici $\rho_i = \sigma_i^2$ et $b = 2$, d'où :

$$f_i^2 = p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_i (\rho_1 + \rho_2)} \quad (5.27)$$

Le précodeur \mathbf{F}_{TEE} s'écrit alors :

$$\mathbf{F}_{TEE} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{pmatrix} = \sqrt{p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\rho_2}} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

En remplaçant k par sa valeur dans l'équation 5.26, nous arrivons bien à $\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \mathbf{F}_{TEE}$. Cette écriture du précodeur met en évidence le facteur $\frac{1}{\sqrt{\rho_i}}$, qui compense le coefficient du canal $\sqrt{\rho_i}$ pour égaliser les RSB des sous-canaux (et les distances \mathcal{D}_{s1} et \mathcal{D}_{s2}). Nous voyons aussi apparaître en facteur le terme déterminant le RSB :

$$RSB = RSB_1 = RSB_2 = p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (5.29)$$

La distance minimale \mathcal{D}_{TEE} fournie par ce précodeur est :

$$\mathcal{D}_{TEE}^2 = 2p_0 \frac{\rho_1}{1+k} = 2p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (5.30)$$

Nous venons de calculer deux précodeurs réels qui maximisent la distance minimale : \mathbf{F}_Q de l'équation 5.21 et \mathbf{F}_{TEE} de l'équation 5.28. C'est la valeur de k qui va déterminer lequel des deux précodeurs donne la plus grande distance minimale.

La figure 5.3 représente les distances minimales pour \mathbf{F}_Q et \mathbf{F}_{TEE} . Lorsque $k < k_0$ c'est le précodeur diagonal qui obtient la plus grande distance minimale. Cela s'explique car dans ce cas ρ_2 est proche de ρ_1 et \mathbf{F}_{TEE} utilise les deux sous-canaux. Lorsque $k > k_0$, le premier sous-canal est nettement plus avantage, ce qui se retrouve au niveau du précodeur \mathbf{F}_Q qui n'utilise que le premier sous-canal². Le seuil de basculement

2. Le précodeur \mathbf{F}_Q n'utilise que le premier sous-canal mais les deux voies de données y sont transmises. Le précodeur \mathbf{F}_{Capa} utilise lui aussi un seul sous-canal lorsque le second est trop désavantagé, mais le résultat obtenu est très différent car dans ce cas la

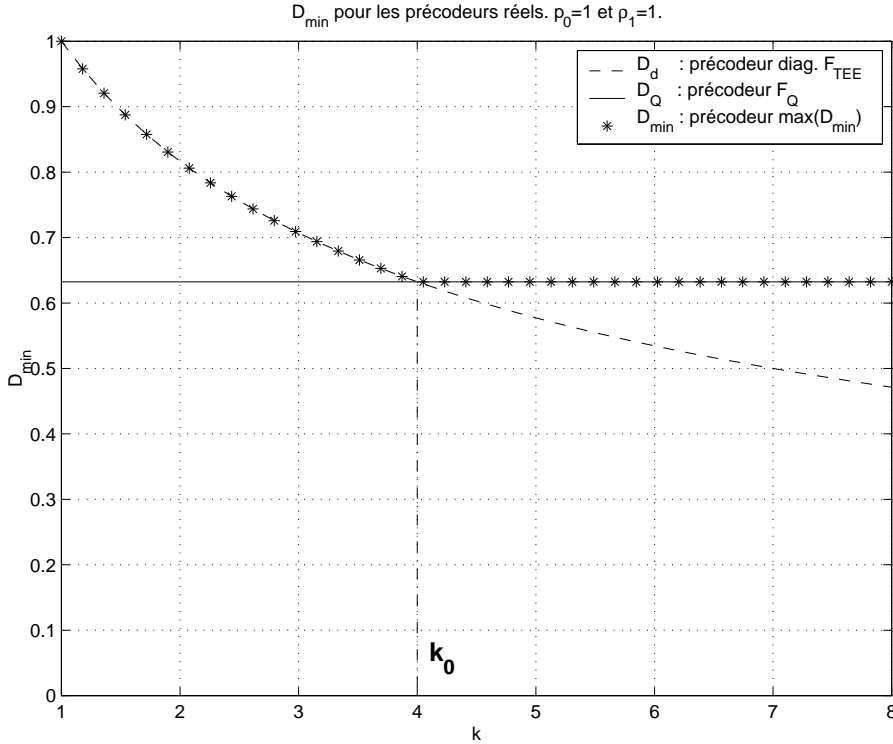


FIG. 5.3 – Distances minimales des précodeurs \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_Q en fonction de k . Le seuil k_0 permet de sélectionner le précodeur le plus performant. Le précodeur \mathbf{F}_Q ne dépend pas de k car il n'utilise que le premier sous-canal.

k_0 entre les deux précodeurs peut se trouver en égalisant les deux distances minimales :

$$2p_0 \frac{\rho_1}{1+k_0} = \frac{2}{5} p_0 \rho_1, \quad \text{soit } k_0 = 4 \quad (5.31)$$

Les deux formes obtenues, \mathbf{F}_Q et \mathbf{F}_{TEE} , sont très simples et exploitables directement, un simple test sur ρ_1 et ρ_2 , les RSB des sous-canaux, étant suffisant. Pour mémoire, et avant de regarder les performances de ces précodeurs, nous rappelons leur forme :

$$\mathbf{F}_Q = \sqrt{\frac{p_0}{5}} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_{TEE} = \sqrt{p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\rho_2}} \end{pmatrix}$$

5.4 Performances en \mathcal{D}_{min} et TEB

Pour comparer les performances en terme de TEB avec les différents précodeurs du chapitre 4, nous avons utilisé les mêmes types de simulation. Les précodeurs réels imposent $b = 2$ et une modulation MAQ-4, et nous choisissons $n_T = 3$ et $n_R = 2$ (d'autres choix de nombres d'antennes donnent des résultats similaires).

Les courbes des figures 5.4, 5.5 et 5.6 sont tracées de la façon suivante : pour chaque niveau de RSB,

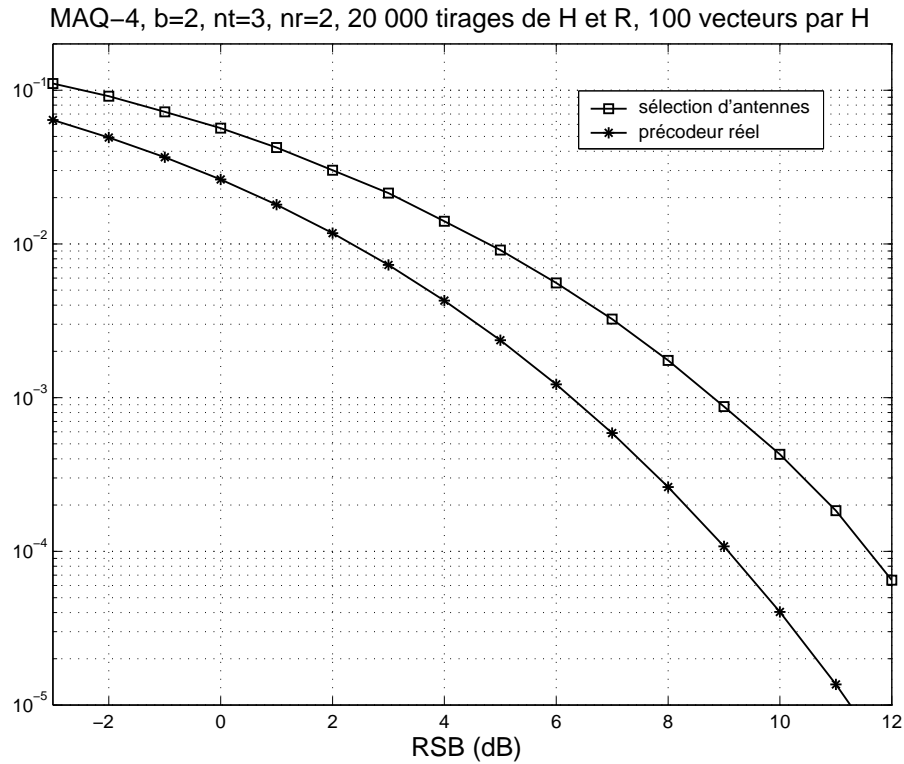


FIG. 5.4 – Comparaison des TEB du précodeur réel et de la sélection d’antennes (cf. figures 4.4 et 4.5). Aucune condition sur la valeur de k .

20 000 matrices \mathbf{H} et \mathbf{R} sont tirées afin que les résultats ne dépendent pas d’un canal ou d’un bruit particulier. Pour chaque jeu de matrices, 100 vecteurs de 2 symboles sont émis. Les éléments de \mathbf{H} sont des variables aléatoires Gaussiennes complexes i.i.d., centrées et de variances unitaires. Pour obtenir le RSB désiré les matrices \mathbf{R} sont normalisées après avoir été calculées sous la forme $\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{T}^*$ (Les éléments de \mathbf{T} sont des variables aléatoires Gaussiennes complexes i.i.d., centrées et de variances unitaires). Puisque la puissance reçue dépend du précodeur, le RSB est défini comme le rapport entre la puissance émise p_0 et la puissance totale du bruit.

La figure 5.4 compare les précodeurs réels à la sélection d’antennes (cf. section 4.6 et figures 4.4 et 4.5). Les deux techniques utilisent le même critère (\mathcal{D}_{min}) et sont toutes les deux non-diagonales dans la représentation simplifiée. Le précodeur réel obtient un gain de plus de 2 dB en RSB, ce qui s’explique par le moindre degré de liberté de la sélection d’antennes. Notons que la sélection d’antennes est incluse dans l’ensemble des précodeurs linéaires (cf section 4.6) mais pas dans l’ensemble des précodeurs réels, car ses coefficients sont complexes³.

La figure 5.5 correspond aux précodeurs linéaires les plus utilisés : \mathbf{F}_{Capa} qui maximise la capacité, \mathbf{F}_{MMSE} qui minimise l’erreur quadratique moyenne et \mathbf{F}_{TEE} . Ces précodeurs sont décrits dans les sec-

3. La sélection d’antennes est un précodeur \mathbf{F}_{SC} composé de 0 et de 1. Pour utiliser la représentation simplifiée il faut décomposer le précodeur : $\mathbf{F}_{SC} = \mathbf{F}_v\mathbf{F}_c$ (cf. section 4.3). \mathbf{F}_v étant à priori complexe, le précodeur \mathbf{F}_c de la sélection d’antennes dans la représentation simplifiée, est lui aussi complexe.

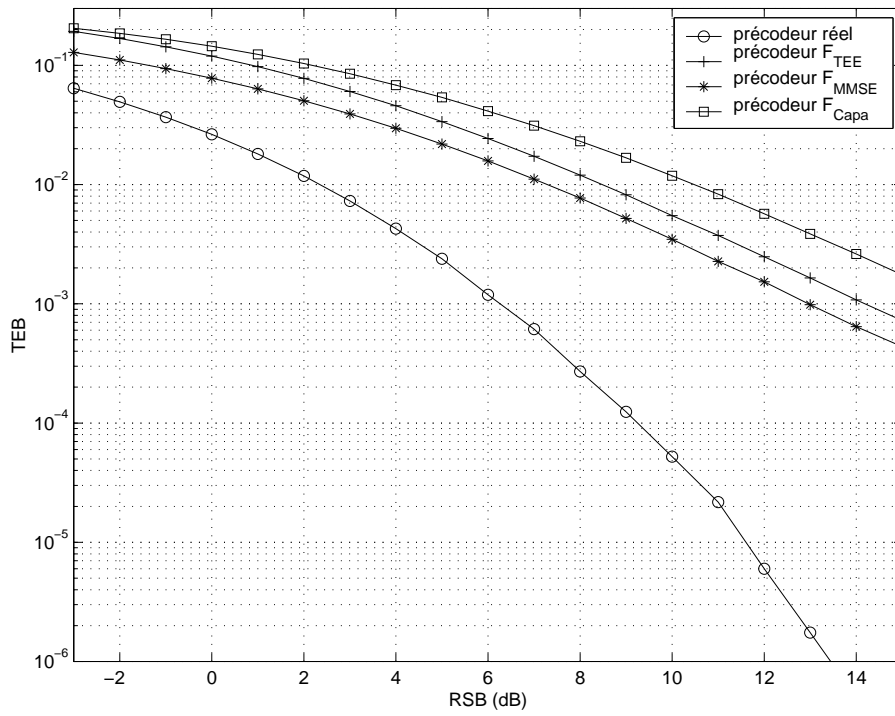


FIG. 5.5 – Comparaison du TEB avec les précodeurs linéaires, pas de condition sur k .

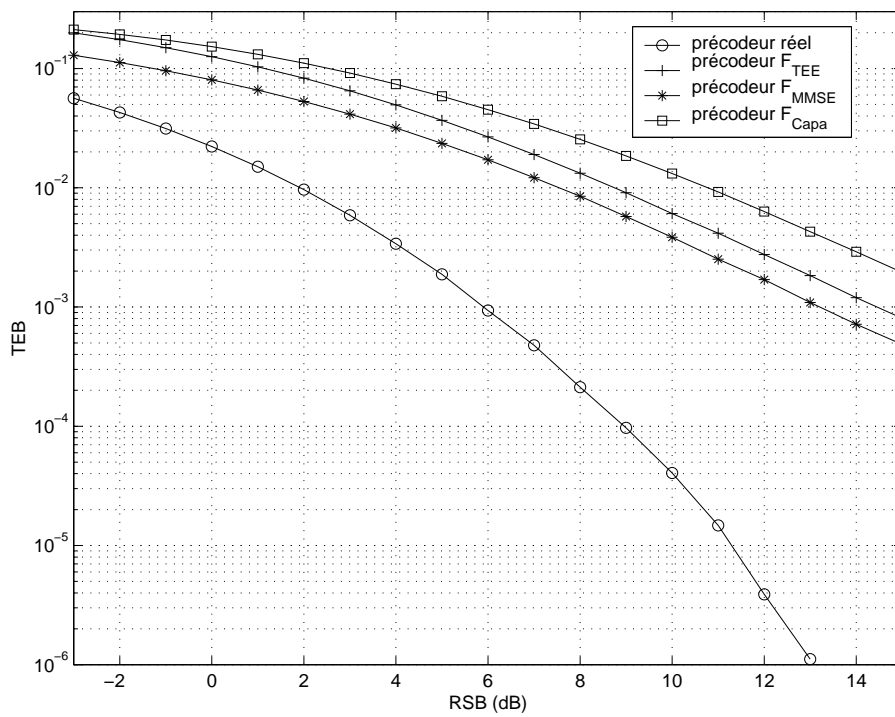


FIG. 5.6 – Comparaison du TEB avec les précodeurs linéaires. $k \geq 4$: le précodeur réel \mathbf{F}_Q n'est pas diagonal.

tions 4.5.2, 4.5.3 et 4.5.4. Le gain en TEB du précodeur réel est très important et s'explique principalement par sa non-diagonalité, comme nous allons le voir avec la figure suivante.

La figure 5.6 représente les 90% de tirages de la figure 5.5 pour lesquels $k = \frac{\rho_1}{\rho_2} > 4$. Dans cette configuration le premier sous-canal virtuel, caractérisé par ρ_1 , est nettement avantageé. Ceci explique le choix du précodeur réel \mathbf{F}_Q de n'émettre que sur la voie 1, contrairement aux précodeurs diagonaux. Le gain en TEB est alors très important, par rapport aux trois autres précodeurs linéaires, qui émettent sur la seconde voie. C'est donc bien la non-diagonalité du précodeur réel qui explique ses bonnes performances.

Notons que lorsque $k \leq 4$ le critère \mathcal{D}_{min} donne le précodeur \mathbf{F}_{TEE} , qui pourrait avantageusement être remplacé par un précodeur plus performant du chapitre 4 (\mathbf{F}_{MMSE} , \mathbf{F}_{MBER} ou \mathbf{F}_{AMBER}).

5.5 TEB théorique des précodeurs \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_Q

Nous allons maintenant calculer, en supposant connaître la matrice \mathbf{H}_v , les TEB théoriques des précodeurs réels, ce qui peut être utile pour prévoir leurs performances sans recourir à de longues simulations. Nous allons commencer par le TEB théorique du précodeur \mathbf{F}_{TEE} , avant de déterminer celui de tous les précodeurs réels dont la seconde ligne est nulle. Ce résultat nous donnera le TEB du précodeur \mathbf{F}_Q et ouvrira de nouvelles perspectives d'optimisation pour la suite du travail.

5.5.1 TEB théorique du précodeur \mathbf{F}_{TEE}

Nous avons vu au chapitre 4 que, dans la représentation simplifiée, le canal \mathbf{H}_v est diagonal. Le produit de \mathbf{H}_v avec un précodeur diagonal donne donc une matrice diagonale, qui permet de séparer le canal en sous-canaux gaussiens indépendants (cf. section 4.5). Chaque sous-canal transmet un symbole dont la probabilité d'erreur est identique à celle d'un canal SISO. Pour le i^e sous-canal avec nos notations nous avons [20] :

$$TEB_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\mathcal{D}_{si}}{2} \right) \quad (5.32)$$

Le TEB global est la moyenne des TEB de chaque sous-canal :

$$TEB = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b TEB_i \quad (5.33)$$

avec ici $b = 2$.

Le précodeur \mathbf{F}_{TEE} de la section 5.3 est donné dans l'équation 5.28 :

$$\mathbf{F}_{TEE} = \sqrt{p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\rho_2}} \end{pmatrix}$$

Ses deux distances \mathcal{D}_{s1} et \mathcal{D}_{s2} sont égales (cf. équation 5.30) :

$$\mathcal{D}_{s1}^2 = \mathcal{D}_{s2}^2 = \mathcal{D}_{TEE}^2 = 2p_0 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

D'où TEB_{TEE} , le TEB du précodeur \mathbf{F}_{TEE} :

$$TEB_{TEE} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}} \quad (5.34)$$

5.5.2 TEB théorique des précodeurs à seconde ligne nulle

Le précodeur \mathbf{F}_Q est un cas particulier des précodeurs à seconde ligne nulle. Le rapport entre ses coefficients de la première ligne est fixé à deux, ce qui donne la constellation d'une MAQ-16 sur le récepteur 1. Le TEB d'une telle constellation est connu, et nous pourrions l'obtenir directement. Toutefois notre objectif est légèrement différent ici : nous voulons obtenir le TEB de tous les précodeurs réels dont la seconde ligne est nulle. Cela pourrait permettre par la suite d'optimiser directement le TEB de ces précodeurs, comme cela a été fait pour les précodeurs diagonaux (cf. section 4.5.5).

La forme générale d'un précodeur réel à seconde ligne nulle est :

$$\mathbf{F}_{l1} = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec } |x| > 2|y|$$

Les distances minimales de ce type de précodeur sont données par l'équation (5.8).

Dans la représentation simplifiée du canal \mathbf{H}_v , les parties réelle et imaginaire du bruit sont indépendantes et de variance $\sigma_b^2 = \frac{1}{2}$. On peut calculer la probabilité P_{ev} de se tromper entre deux vecteurs distants de \mathcal{D} (un vecteur correspond à un impact sur le récepteur 1) :

$$P_{ev} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mathcal{D}^2}{2\sigma_b^2}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\mathcal{D}}{2} \right) \quad (5.35)$$

On peut alors définir deux probabilités d'erreurs P_{el} et P_{eL} sur des vecteurs éloignés des distances « 1 » et « L » de la figure 5.7 :

$$\begin{cases} P_{el} &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}} |y| \right) \\ P_{eL} &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}} (|x| - |y|) \right) \end{cases} \quad (5.36)$$

Les 16 impacts (vecteurs) reçus peuvent être séparés en 3 catégories : les « coins » (**c**), les « bords » (**b**) et les « milieux » (**m**). Les « coins » sont les 4 impacts qui sont les plus éloignés du centre de la constellation. Les 4 « milieux » sont au centre de la figure, alors que les 8 « bords » sont sur les côtés de la constellation. Sur la figure 5.7 les 4 « coins » sont numérotés 2,5,9,13, les 8 « bords » sont numérotés 3,4,7,8,10,12,14,15 et les 4 « milieux » 1,6,11,16.

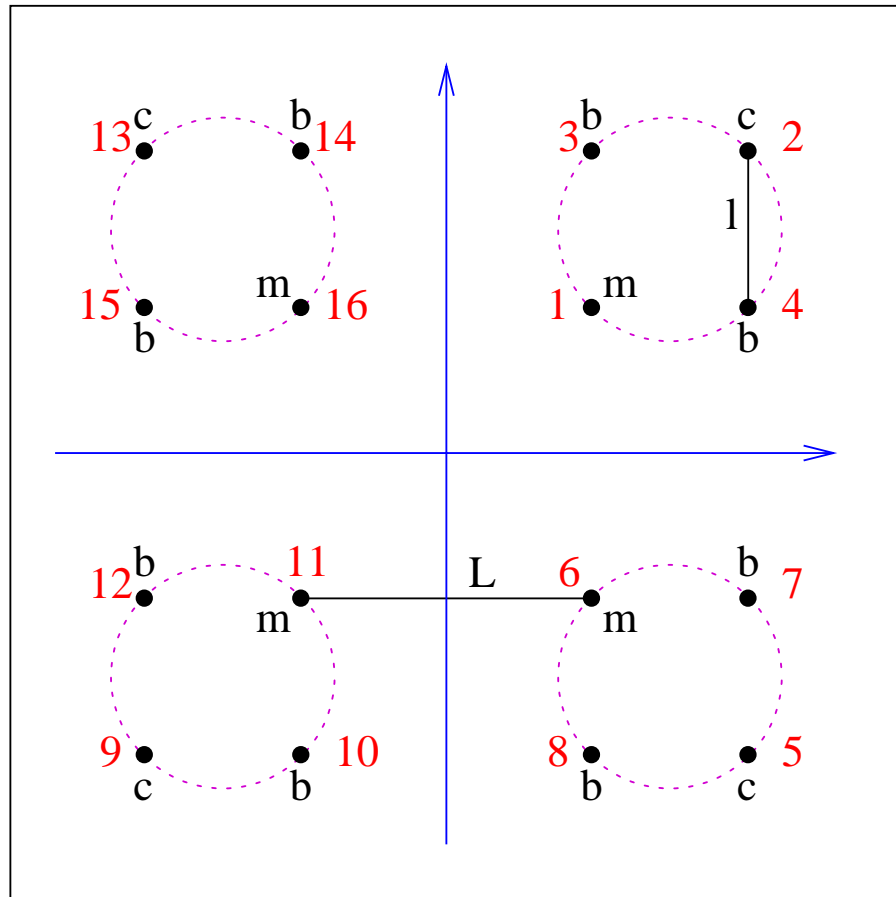


FIG. 5.7 – Distances sur le récepteur 1 (notées l et L). Les vecteurs sont numérotés de 1 à 16, les « coins » sont notés c , les « bords » sont notés b et les « milieux » sont notés m .

Les probabilités d'erreurs des symboles s_1 et s_2 (P_{es1} et P_{es2}) sont a priori différentes, il faut donc les calculer séparément pour chacune des catégories d'impacts (m , c et b). Rappelons que le symbole s_1 détermine le quadrant du vecteur reçu, alors que le symbole s_2 détermine la position à l'intérieur du quadrant. Nous faisons l'hypothèse classique que les erreurs ne se produisent qu'entre impacts voisins. Ceci entraîne les points suivants qui permettent d'écrire l'équation 5.37 :

- Un « coin » ne peut être confondu qu'avec un des deux « bords » voisins. Cela produit une erreur sur le symbole 2, mais aucune sur le symbole 1 (le quadrant reste le même).
- Une erreur entre un « bord » et son voisin « milieu » ou « coin » ne produit qu'une erreur sur le symbole 2 (pas de changement de quadrant).
- Une erreur entre un « bord » et le « bord » du quadrant voisin produit à la fois une erreur sur les symboles 1 et 2.
- Une erreur entre un « milieu » et un de ses deux voisins « bords » produit une erreur sur le symbole 2 (pas de changement de quadrant).
- Une erreur entre un « milieu » et le « milieu » d'un des deux quadrants voisins entraîne à la fois une

erreur sur les symboles 1 et 2.

Ces remarques permettent d'écrire les expressions suivantes pour les probabilités d'erreurs sur les symboles s_1 et s_2 pour les milieux (P_{es1m} et P_{es2m}), les coins (P_{es1c} et P_{es2c}) et les bords (P_{es1b} et P_{es2b}):

$$\begin{cases} P_{es1m} = 2P_{eL} \\ P_{es1c} = 0 \\ P_{es1b} = P_{eL} \end{cases} \begin{cases} P_{es2m} = 2P_{el} + 2P_{eL} \\ P_{es2c} = 2P_{el} \\ P_{es2b} = 2P_{el} + P_{eL} \end{cases} \quad (5.37)$$

Ce qui donne les probabilités d'erreurs sur les symboles :

$$\begin{aligned} P_{es1} &= \frac{4}{16}P_{es1m} + \frac{4}{16}P_{es1c} + \frac{8}{16}P_{es1b} \\ &= \frac{1}{2}P_{eL} + \frac{1}{2}P_{eL} \\ &= P_{eL} \\ &= \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}}(|x| - |y|)\right) \end{aligned} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} P_{es2} &= \frac{4}{16}P_{es2m} + \frac{4}{16}P_{es2c} + \frac{8}{16}P_{es2b} \\ &= \frac{1}{2}P_{el} + \frac{1}{2}P_{eL} + \frac{1}{2}P_{el} + P_{el} + \frac{1}{2}P_{eL} \\ &= 2P_{el} + P_{eL} \\ &= \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}}|y|\right) + \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}}(|x| - |y|)\right) \end{aligned} \quad (5.39)$$

Pour chaque symbole erroné nous avons 1 bit de faux pour 2 transmis :

$$TEB_1 = \frac{1}{2}P_{es1} \quad \text{et} \quad TEB_2 = \frac{1}{2}P_{es2} \quad (5.40)$$

Soit au final :

$$\begin{aligned} TEB &= \frac{1}{2}(TEB_1 + TEB_2) \\ TEB &= \frac{1}{4}(P_{es1} + P_{es2}) \\ TEB &= \frac{1}{4}\left[\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}}|y|\right) + \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}}(|x| - |y|)\right)\right] \end{aligned} \quad (5.41)$$

Ce TEB correspond à tout précodeur réel, dont les coefficients de la première ligne vérifient $|x| \geq 2|y|$, et dont les coefficients de la seconde ligne sont nuls. Des simulations numériques (non présentées ici) ont été utilisées pour valider ce TEB théorique. Il peut permettre, par la suite, d'optimiser directement le TEB de ce type de précodeur, et non plus la distance minimale.

5.5.3 TEB théorique du précodeur \mathbf{F}_Q

Pour le cas particulier du précodeur \mathbf{F}_Q , que nous avons calculé dans la section 5.3, les valeurs de x et y sont connues :

$$x = 2\sqrt{\frac{p_0}{5}} \quad \text{et} \quad y = \sqrt{\frac{p_0}{5}}$$

d'où TEB_Q , le TEB du précodeur \mathbf{F}_Q :

$$\begin{aligned} TEB_Q &= \frac{1}{4} \left[\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0 \rho_1}{10}} + \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_1}{2}} \left(2\sqrt{\frac{p_0}{5}} - \sqrt{\frac{p_0}{5}} \right) \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0 \rho_1}{10}} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Il est intéressant de noter que l'on peut retrouver le seuil de basculement k_0 , entre le précodeur \mathbf{F}_Q et le précodeur \mathbf{F}_{TEE} , que nous avons obtenu en égalisant leur distance minimale (cf. équation 5.31). Pour y arriver il suffit de poser $TEB_Q = TEB_{TEE}$, soit :

$$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0 \rho_1}{10}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{p_0}{2} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}}$$

et donc :

$$k_0 = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

Ce résultat permet surtout de confirmer la bonne adéquation entre la distance minimale et le TEB, puisque les deux critères donnent le même seuil k_0 .

La figure 5.8 permet de contrôler que le TEB_Q de l'équation 5.42 correspond aux simulations de la figure 5.6. Le TEB théorique est calculé pour tous les tirages de \mathbf{H} pour lesquels $k \geq 4$, puis une moyenne est faite pour obtenir les points de la figure 5.8. La bonne adéquation entre la formule théorique et les simulations permet d'obtenir rapidement les TEB du précodeur \mathbf{F}_Q pour d'autres configurations, en évitant des heures de calculs numériques.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les précodeurs \mathbf{F}_D à coefficients réels dans la représentation simplifiée du canal \mathbf{H}_v . En nous limitant à deux voies de données et à la modulation MAQ-4, nous avons optimisé ces précodeurs en maximisant leur distance minimale \mathcal{D}_{min} .

Le résultat obtenu dépend du rapport k entre les RSB des deux sous-canaux. Pour $k \leq 4$, le précodeur \mathbf{F}_D est diagonal et correspond au précodeur à taux d'erreurs égaux. Dans ce cas il pourrait éventuellement être remplacé par le précodeur diagonal \mathbf{F}_{MBER} , optimal en terme de TEB.

Pour $k \geq 4$, le précodeur \mathbf{F}_D optimisé concentre toute la puissance sur le premier sous-canal, dont le RSB

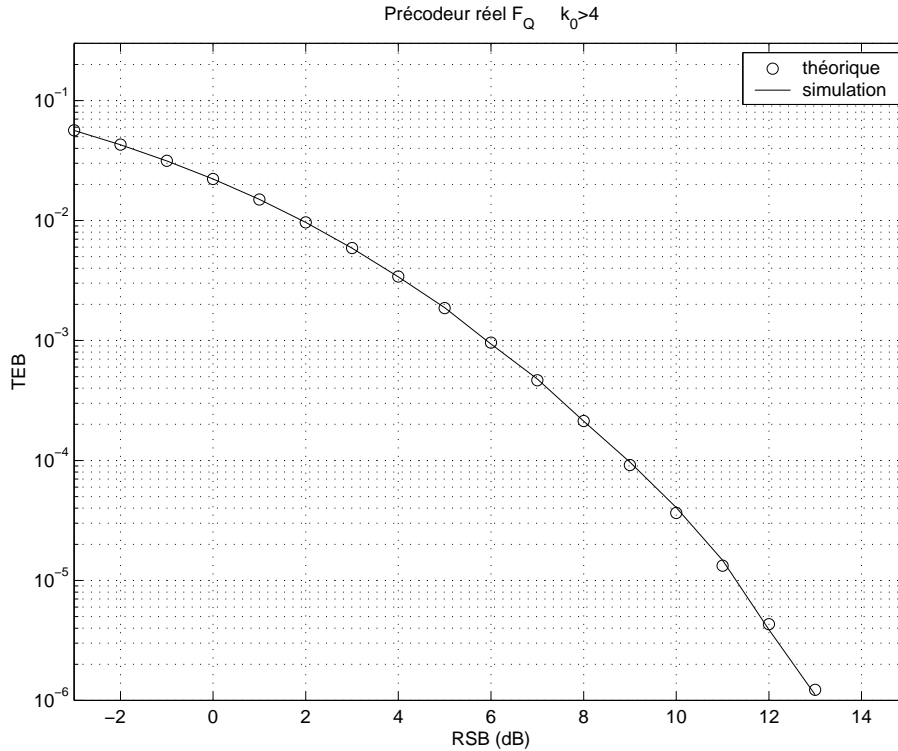


FIG. 5.8 – Comparaison du TEB théorique de l'équation 5.42 avec des simulations pour le précodéur F_Q .

est nettement plus favorable. Ce résultat améliore le TEB de façon très importante, et permet au précodéur F_D d'obtenir les meilleures performances.

Il est possible d'améliorer ces performances en optimisant les TEB théoriques calculés section 5.5. Ce travail est déjà connu pour les précodéurs diagonaux et aboutit au précodéur F_{MBER} . Pour les précodéurs à seconde ligne nulle les résultats seraient nouveaux et devraient améliorer sensiblement le TEB, en particulier à faible RSB, c'est à dire lorsque l'approximation du TEB par la distance minimale est moins précise. Toutefois le précodéur ainsi obtenu ne sera pas le précodéur réel minimisant le TEB, car nous nous sommes actuellement limité aux cas diagonaux et à seconde ligne nulle.

Le chapitre suivant élargit l'étude au cas général des précodéurs à coefficients complexes, tout en conservant le critère de la distance minimale.

Chapitre 6

Précodeurs optimaux au sens de \mathcal{D}_{min}

6.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous nous étions limités aux précodeurs réels dans le but d'optimiser des constellations reçues du type MAQ. Ici, nous allons généraliser la recherche à l'ensemble des précodeurs, ce qui va nous permettre d'obtenir des précodeurs $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ optimaux du point de vue de la distance minimale¹. Leurs performances en terme de TEB sont très bonnes, meilleures que pour tous les autres types de précodeurs actuellement proposés dans la littérature (avec un récepteur MV), alors que le résultat final est extrêmement simple.

Nous allons utiliser la représentation diagonale simplifiée du canal MIMO bande étroite (\mathbf{H}_v) et tirer parti de la connaissance du canal à l'émission (CSI) pour maximiser la distance minimale sur la constellation des vecteurs reçus (\mathcal{D}_{min}).

Une méthode originale est proposée ici pour calculer ces distances minimales, basée sur un ensemble réduit de vecteurs différence et utilisant la linéarité du modèle équivalent du canal. En appliquant cette méthode générale aux modulations BPSK et MAQ-4 nous obtenons des précodeurs non diagonaux très simples que nous comparons aux autres précodeurs existants.

6.2 Méthode de recherche des précodeurs

La méthode proposée ici est très générale et peut être appliquée à de nombreuses configurations. Actuellement nous nous sommes limités à un système transmettant deux symboles en parallèle ($b = 2$) avec des modulations BPSK ou MAQ-4.

1. Les résultats de ce chapitre ont fait l'objet d'une soumission pour le numéro *Special Issue on Signal Processing for Multiple-input Multiple-Output (MIMO) Wireless Communications Systems* de la revue *IEEE Transactions on Signal Processing*.

6.2.1 Définition des vecteurs différence

La distance minimale \mathcal{D}_{min} est la plus petite distance Euclidienne entre tous les vecteurs possibles reçus non bruités. Le nombre de ces vecteurs augmente exponentiellement avec le nombre d'émetteurs et le nombre d'états de la constellation, et il devient rapidement difficile d'optimiser un précodeur en recherchant ainsi la distance minimale. Par exemple pour une MAQ-4 avec $b = 2$ le nombre de vecteurs reçus possibles est de 16, ce qui donne $16 \times 15 = 240$ distances à calculer. Pour faciliter cette recherche de distance minimale nous allons restreindre la recherche en utilisant les vecteurs différence.

Une distance entre deux vecteurs \mathbf{r}_p et \mathbf{r}_q reçus sans bruit peut s'écrire en fonction des vecteurs émis \mathbf{s}_p et \mathbf{s}_q :

$$\begin{aligned} d_{pq} &= \|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q\| \\ &= \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_D (\mathbf{s}_p - \mathbf{s}_q)\| \end{aligned} \quad (6.1)$$

Ceci nous permet de faire deux constatations :

1° Deux différences égales à l'émission auront la même distance en réception :

$$(\mathbf{s}_p - \mathbf{s}_q) = (\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_l) \iff d_{pq} = d_{kl} \quad (6.2)$$

2° Si deux différences à l'émission sont colinéaires c'est celle dont la norme est la plus petite qui donnera la plus petite distance en réception :

$$(\mathbf{s}_p - \mathbf{s}_q) = \beta(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_l) \implies d_{pq} > d_{kl} \quad \text{avec } \beta \in \mathbb{R}^+ \text{ et } \beta > 1 \quad (6.3)$$

Comme nous cherchons la plus petite distance nous allons pouvoir réduire notre espace de recherche en utilisant les deux constatations précédentes. En prenant l'ensemble de toutes les différences entre vecteurs émis, en enlevant toutes les différences égales, et en ne gardant que les plus petites des différences colinéaires, nous obtenons l'ensemble des vecteurs différences noté $\check{\mathcal{X}}$. Les vecteurs différences sont notés $\check{\mathbf{a}}, \check{\mathbf{b}}, \check{\mathbf{c}}, \dots$, ou encore :

$$\check{\mathcal{X}} = \{\check{\mathbf{a}}, \check{\mathbf{b}}, \check{\mathbf{c}}, \dots\} \quad (6.4)$$

Les symétries des constellations classiques, MAQ en particulier, font que le nombre de vecteurs différence est beaucoup plus petit que le nombre de distances possibles. En reprenant notre exemple d'une MAQ-4 avec deux voies de données, le nombre de distances est de 240, mais il y a seulement 14 vecteurs différence.

La recherche de la distance minimale peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{min} &= \min_{p \neq q} \|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q\| \\
&= \min_{p \neq q} \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} (\mathbf{s}_p - \mathbf{s}_q)\| \\
&= \min_{\check{\mathbf{x}}} \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} \check{\mathbf{x}}\| \quad \text{pour tout } \check{\mathbf{x}} \in \check{\mathcal{X}}
\end{aligned} \tag{6.5}$$

6.2.2 Décomposition du précodeur

Afin d'étudier l'influence des éléments constituant le précodeur $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ nous pouvons le décomposer par une décomposition en valeurs singulières (SVD) :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^* \tag{6.6}$$

avec la contrainte de puissance $\|\mathbf{\Sigma}\|^2 = p_0$.

Le canal global devient alors :

$$\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \mathbf{H}_v \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^* \tag{6.7}$$

Nous pouvons distinguer deux aspects dans la recherche du précodeur, même si ils sont corrélés :

- Les valeurs singulières du produit $\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}}$ peuvent être choisies à partir de $\mathbf{H}_v \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}$, car \mathbf{B}^* n'a pas d'influence sur leurs valeurs. On peut noter en utilisant une SVD : $\mathbf{H}_v \mathbf{A}\mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*$.
- Alors il est possible de rechercher la matrice \mathbf{B} qui optimise la distance Euclidienne. La matrice \mathbf{U} , ne produisant que des rotations et des symétries, n'a pas d'influence sur la distance minimale. Si nous notons $\mathbf{Q} = \mathbf{V}^* \mathbf{B}^*$ la question est de chercher la matrice unitaire qui optimise le canal global du type $\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}$.

Comme nous sommes en dimension 2, le canal virtuel peut être paramétrisé de la façon suivante :

$$\mathbf{H}_v = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\rho_2} \end{pmatrix} = \sqrt{2\rho} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma \end{pmatrix} \tag{6.8}$$

avec $0 \leq \gamma \leq \pi/4$ et ρ la moyenne de ρ_1 et ρ_2 . L'angle γ est un paramètre important car il correspond au rapport entre les RSB des sous-canaux.

6.2.3 Partie $\mathbf{A}\mathbf{\Sigma}$ du précodeur

La matrice $\mathbf{\Sigma}$ doit respecter la contrainte sur la puissance totale émise, elle peut s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{\Sigma} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

avec $0 \leq \psi < \pi/4$.

En dimension 2, l'expression générale d'une matrice unitaire est :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} (\cos \alpha) e^{j\alpha_1} & (\sin \alpha) e^{j\alpha_3} \\ -(\sin \alpha) e^{j\alpha_2} & (\cos \alpha) e^{j\alpha_4} \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

avec la contrainte : $\alpha_1 + \alpha_4 = \alpha_2 + \alpha_3$ modulo 2π .

L'angle α est compris entre 0 et $\pi/2$ car les expressions devant les exponentielles sont positives et correspondent à des modules. Les autres angles (α_i) sont compris entre 0 et 2π . Il est facile de vérifier que les colonnes de \mathbf{A} sont orthonormées.

L'annexe B démontre que la phase des éléments de la matrice \mathbf{A} n'a pas d'influence sur les valeurs singulières de $\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}}$, et que donc la matrice \mathbf{A} peut être choisie réelle. La seconde partie de l'annexe B montre que, du point de vue des valeurs singulières, la meilleure matrice réelle est l'identité, et donc pour la suite nous prendrons $\mathbf{A} = \mathbf{I}$.

6.2.4 Influence de la matrice \mathbf{B}

La matrice \mathbf{B}^* est une matrice unitaire dont nous venons de voir la forme générale en dimension 2 (cf. 6.10). Comme les phases des éléments d'un vecteur différence n'ont pas d'influence sur sa norme, elles ne modifient pas la distance minimale. Donc la première colonne de \mathbf{B}^* peut être réelle, et nous pouvons écrire :

$$\mathbf{B}^* = \begin{pmatrix} \cos \theta & (\sin \theta) e^{j\varphi} \\ -\sin \theta & (\cos \theta) e^{j\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi} \end{pmatrix} = \mathbf{B}_{\theta} \mathbf{B}_{\varphi} \quad (6.11)$$

avec θ compris entre 0 et $\pi/2$, et φ compris entre 0 et 2π .

6.2.5 Forme paramétrée du précodeur

La forme globale paramétrée d'un précodeur est donc :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \Sigma \mathbf{B}_{\theta} \mathbf{B}_{\varphi} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} (\cos \psi) (\cos \theta) & (\cos \psi) (\sin \theta) e^{j\varphi} \\ -(\sin \psi) (\sin \theta) & (\sin \psi) (\cos \theta) e^{j\varphi} \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

avec $0 \leq \psi < \pi/2$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ et $0 \leq \varphi < 2\pi$.

En considérant toutes les symétries des constellations des modulations usuelles, il est facile de montrer (cf. annexe C) que l'influence des angles sur la distance minimale peut se restreindre aux domaines suivants :

$$0 \leq \varphi \leq \pi/2 \quad \text{et} \quad 0 \leq \theta \leq \pi/4.$$

L'expression de l'ensemble canal virtuel et précodeur s'écrit :

$$\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \sqrt{2p_0\rho} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi} \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

Cette expression est vraie quelle que soit la modulation utilisée et pour tous les critères d'optimisation classiques, car seules des hypothèses générales ont été faites jusqu'à présent. Maintenant la question est d'optimiser les angles ψ , θ et φ en fonction de γ pour maximiser la distance minimale. La solution dépend évidemment de la modulation considérée et dans les paragraphes suivants nous allons développer la méthode pour des systèmes utilisant les modulations BPSK et MAQ-4.

6.3 Précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation BPSK

Pour commencer nous allons considérer le cas le plus simple (modulation BPSK) pour illustrer la méthode, la modulation MAQ-4 étant étudiée dans le paragraphe suivant. En BPSK les symboles appartiennent à l'ensemble $\{1, -1\}$ et les vecteurs de symboles sont de dimension 2. L'ensemble de toutes les différences entre les vecteurs émis est le suivant : $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$. Comme certains vecteurs sont colinéaires, le domaine d'étude peut se réduire à l'ensemble des vecteurs différence défini section 6.2.1 : $\check{\mathcal{X}} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$.

Notre critère à optimiser est la distance minimale $\mathcal{D}_{min} = \min_k \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} \check{\mathbf{x}}\|$ pour tout $\check{\mathbf{x}} \in \check{\mathcal{X}}$. Une recherche numérique montre que, quel que soit le canal, c'est à dire pour toute valeur de γ , le précodeur qui maximise la distance minimale est obtenu pour les angles $\psi = 0^\circ$, $\theta = 45^\circ$ et $\varphi = 90^\circ$, d'où la forme du précodeur :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \mathbf{F}_{BPSK} = \sqrt{\frac{p_0}{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Il peut paraître surprenant que la seconde ligne du précodeur soit nulle. En fait le précodeur transforme la constellation BPSK sur deux voies en une modulation MAQ-4 sur la voie la plus favorisée (la première car les éléments de \mathbf{H}_v sont classés par ordre décroissant). Ce résultat est logique connaissant les avantages de la modulation MAQ-4 par rapport à la BPSK, mais il est intéressant de noter que la recherche numérique arrive à ce résultat non trivial sans être guidée. Le signal est entièrement transmis sur la première voie virtuelle, mais utilise pour cela toutes les antennes physiques à l'émission et à la réception.

La valeur de \mathcal{D}_{min} est toujours donnée par les vecteurs différence $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, et son expression est :

$$d_{BPSK} = \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{BPSK} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}\| = 2\sqrt{\rho p_0} \cos \gamma \quad (6.15)$$

Cette distance, normalisée par $\sqrt{2\rho p_0}$, est tracée en fonction de γ figure 6.5. Les performances de ce précodeur en terme de TEB sont présentées dans la partie simulation (section 6.5). La figure 6.7 compare les

TEB obtenus avec ceux de trois précodeurs de la littérature décrits dans le chapitre 4. Nous reviendrons sur ces résultats dans le paragraphe consacré aux résultats expérimentaux.

6.4 Précodeur \mathcal{D}_{min} optimal pour la modulation MAQ-4

Afin de respecter l'hypothèse de départ $E\{ss^*\} = \mathbf{I}_b$, les symboles de la modulation MAQ-4 sont définis dans l'ensemble $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i), \frac{1}{\sqrt{2}}(1-i), \frac{1}{\sqrt{2}}(-1+i), \frac{1}{\sqrt{2}}(-1-i) \right\}$. L'ensemble de tous les vecteurs différence peut se réduire à seulement 14 vecteurs : $\check{\mathcal{X}} = \{ \check{\mathbf{a}}, \check{\mathbf{b}}, \dots, \check{\mathbf{n}} \}$.

Une recherche numérique montre que le précodeur optimal peut prendre deux formes selon la valeur de l'angle γ du canal virtuel. Si γ est inférieur à un seuil γ_0 alors le précodeur utilise seulement la voie la plus favorisée, comme dans le cas de la BPSK. Comme seuls ses coefficients de la première ligne sont non nuls, il est noté \mathbf{F}_{l1} . Au contraire, si γ est supérieur à γ_0 , le précodeur forme une constellation octogonale sur les deux récepteurs et est noté \mathbf{F}_{octo} . Après avoir défini le précodeur pour chaque valeur de γ , la valeur exacte du seuil γ_0 va être calculée dans la section 6.4.3 en égalisant les distances minimales données par chaque forme du précodeur.

Rappelons que l'angle γ correspond au rapport des RSB des deux sous-canaux virtuels :

$$\frac{\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_2}} = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}$$

6.4.1 Précodeur \mathbf{F}_{l1}

Pour tout canal virtuel dont le paramètre γ est inférieur au seuil γ_0 , le précodeur optimal est fixe et indépendant de γ , avec les angles $\psi = 0$, $\varphi = \pi/12 = 15^\circ$ et $\theta \simeq 27.37^\circ$. Les valeurs exactes de θ et φ peuvent aussi être trouvées de façon formelle, comme cela est montré dans l'annexe D. Ces angles donnent le précodeur \mathbf{F}_{l1} :

$$\mathbf{F}_{l1} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{6}} & \sqrt{\frac{3-\sqrt{3}}{6}} e^{j\frac{\pi}{12}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

La forme de la constellation reçue est indiquée figure 6.1, un seul récepteur virtuel est représenté puisque la seconde ligne du précodeur est nulle. Cette constellation ressemble beaucoup à celle du précodeur réel \mathbf{F}_Q du chapitre 5. Lui aussi a une seconde ligne nulle, et il forme une constellation de MAQ-16 sur le premier récepteur virtuel. Ici la distance minimale est améliorée en tournant la constellation de 15° à l'intérieur de chaque quadrant (impacts A, B, C et D par exemple). Ceci augmente la distance minimale entre les impacts de quadrants différents (BE ou BG par exemple), c'est à dire la distance \mathcal{D}_{s1} définie section 5.2.2. Pour rééquilibrer les distances minimales, il faut alors augmenter la distance à l'intérieur des quadrants (\mathcal{D}_{s2}) en augmentant $\sin \theta$ (donc le rayon du cercle A B C D). Cette explication est justifiée par les calculs de l'annexe D. Notons que le gain en distance minimale est faible par rapport au précodeur réel \mathbf{F}_Q , mais ici le

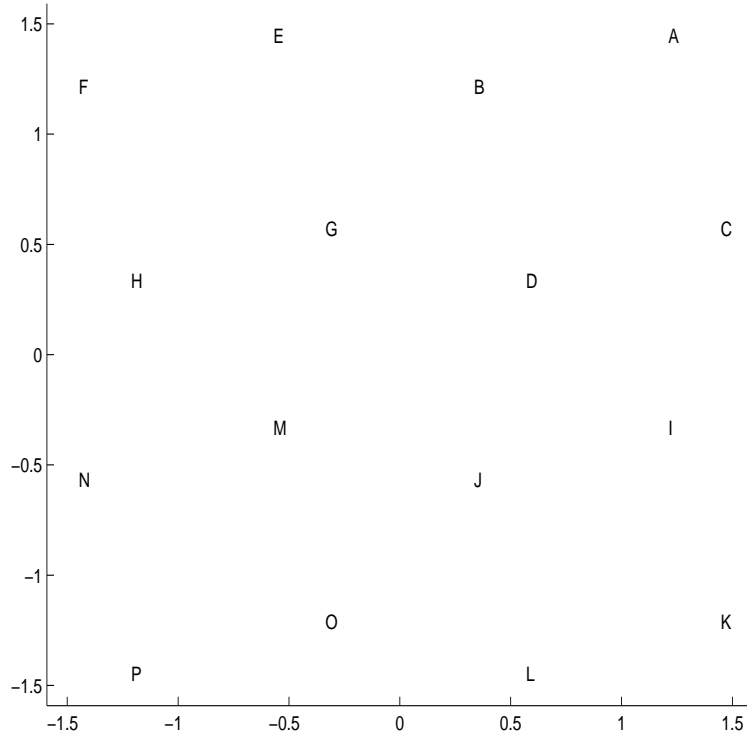


FIG. 6.1 – Forme de la constellation reçue sur le premier récepteur avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Les 16 impacts sont notés de A à P.

précodeur \mathbf{F}_{l1} maximise complètement la distance minimale (il est optimal au sens de \mathcal{D}_{min}).

Comme dans le cas BPSK, la distance minimale du précodeur \mathbf{F}_{l1} est toujours obtenue par le même vecteur différence, ici $\check{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$, ce qui permet d'écrire directement la distance minimale optimale :

$$d_{l1} = d_{\check{b}} = \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{l1} \check{\mathbf{b}}\| = \sqrt{2\rho p_0} \sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} \cos \gamma \quad (6.17)$$

Cette distance, normalisée, est tracée figure 6.6, et les performances du précodeur \mathbf{F}_{l1} sont présentées dans la partie 6.5.

6.4.2 Précodeur \mathbf{F}_{octo}

Lorsque l'angle γ est supérieur au seuil γ_0 les choses sont légèrement différentes puisque le précodeur utilise les deux voies :

- L'angle ψ , qui répartit la puissance sur les deux voies, dépend de l'angle γ du canal virtuel. Plus l'angle γ augmente et plus la première valeur singulière du canal diminue, ce qui est compensé par le précodeur en diminuant ψ afin de mettre plus de puissance sur la voie 1 (cf. équations 6.19 et 6.21).
- Les angles φ et θ , qui déterminent la forme des constellations sur les récepteurs, restent constants avec de nouvelles valeurs : $\varphi = \pi/4$ et $\theta = \pi/4$. L'angle φ tourne la constellation et lui donne sa forme

originale, alors que cette valeur de θ mélange les points d'impacts voisins entre les deux récepteurs. Cette solution astucieuse est illustrée par les figures 6.2 et 6.3, avec les seize impacts possibles notés de A à P. Si deux points sont proches sur un récepteur (par exemple B et G sur le récepteur 1), alors ils sont éloignés sur l'autre récepteur, ce qui augmente considérablement la distance minimale. Comme les constellations reçues ont des formes d'octogones le précodeur est noté \mathbf{F}_{octo} et ne dépend que de ψ :

$$\mathbf{F}_{octo} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 \\ 0 & \sin\psi \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1+i \\ -\sqrt{2} & 1+i \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

Ce qui donne l'expression du canal global :

$$\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{octo} = \sqrt{2\rho p_0} \begin{pmatrix} \cos\gamma \cos\psi & 0 \\ 0 & \sin\gamma \sin\psi \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1+i \\ -\sqrt{2} & 1+i \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

La figure 6.4 représente les distances $d_{\check{x}} = \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} \check{\mathbf{x}}\|$ pour chacun des quatorze vecteurs différence, en fonction de ψ pour un angle γ donné (ici $\gamma = \pi/6$). La valeur de ψ qui maximise la distance minimale se trouve à l'intersection des distances des vecteurs $\check{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\check{\mathbf{c}} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$. Ce résultat reste vrai pour toute valeur de γ appartenant à $[0, \pi/4]$ et permet de trouver la valeur de ψ optimisant le précodeur. Le précodeur optimal sera obtenu pour $d_{\check{\mathbf{a}}} = d_{\check{\mathbf{c}}}$ et en utilisant l'expression globale du canal donnée par l'équation 6.19 nous avons :

$$\begin{aligned} d_{\check{\mathbf{a}}} &= \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{octo} \check{\mathbf{a}}\| = \sqrt{2\rho p_0} \sqrt{\cos^2\gamma \cos^2\psi + \sin^2\gamma \sin^2\psi} \\ d_{\check{\mathbf{c}}} &= \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{octo} \check{\mathbf{c}}\| = \sqrt{2\rho p_0} \sqrt{(2 - \sqrt{2}) \cos^2\gamma \cos^2\psi + (2 + \sqrt{2}) \sin^2\gamma \sin^2\psi} \end{aligned} \quad (6.20)$$

L'égalité des distances $d_{\check{\mathbf{a}}} = d_{\check{\mathbf{c}}}$ permet d'obtenir la valeur de ψ en fonction de γ :

$$\tan\psi = \frac{\sqrt{2} - 1}{\tan\gamma} \quad (6.21)$$

On peut vérifier que pour un angle $\gamma = \pi/6$ on retrouve bien sur la figure 6.4 la valeur $\psi = 35.6^\circ$ donnée par l'équation 6.21.

Le précodeur optimal \mathbf{F}_{octo} peut s'écrire en fonction du seul paramètre γ en injectant (6.21) dans (6.18). Finalement la distance minimale optimale d_{min} , se met sous la forme :

$$d_{octo} = \sqrt{2\rho p_0} \cos\gamma \cos\psi \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2\rho p_0} \sqrt{\frac{(4 - 2\sqrt{2}) \cos^2\gamma \sin^2\gamma}{1 + (2 - 2\sqrt{2}) \cos^2\gamma}} \quad (6.22)$$

Cette distance, normalisée, est tracée figure 6.6, et montre un gain considérable en distance par rapport aux autres méthodes actuellement proposées dans la littérature. Naturellement ce gain se retrouve dans les performances en terme de TEB.

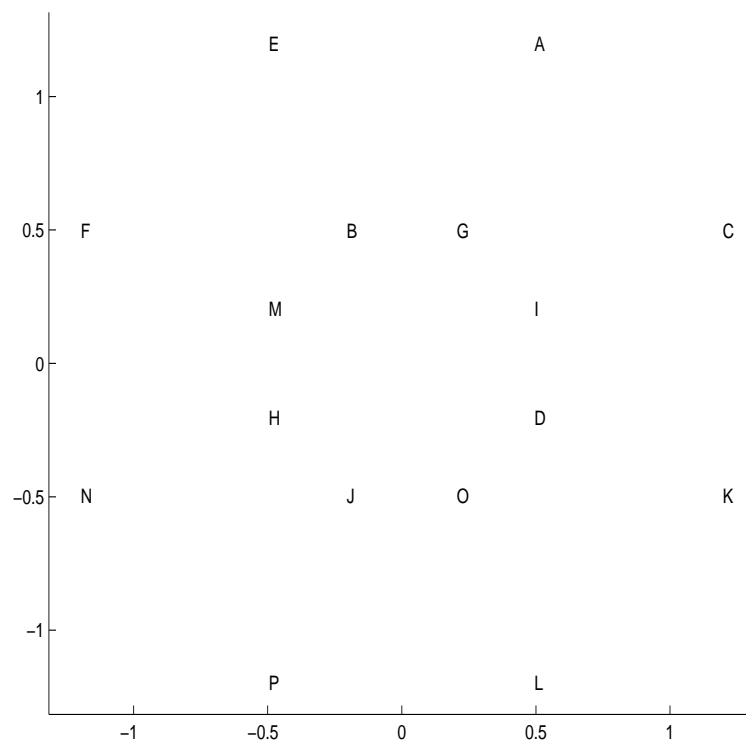


FIG. 6.2 – Forme de la constellation reçue sur le récepteur 1 avec le précodeur \mathbf{F}_{octo} . Les 16 impacts sont notés de A à P.

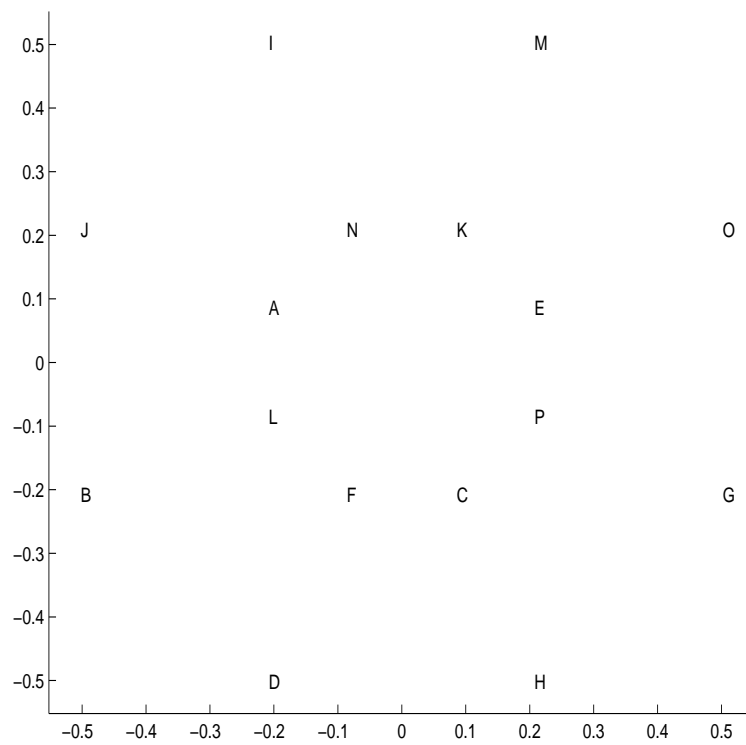


FIG. 6.3 – Forme de la constellation reçue sur le récepteur 2 avec le précodeur \mathbf{F}_{octo} . Les 16 impacts sont notés de A à P.

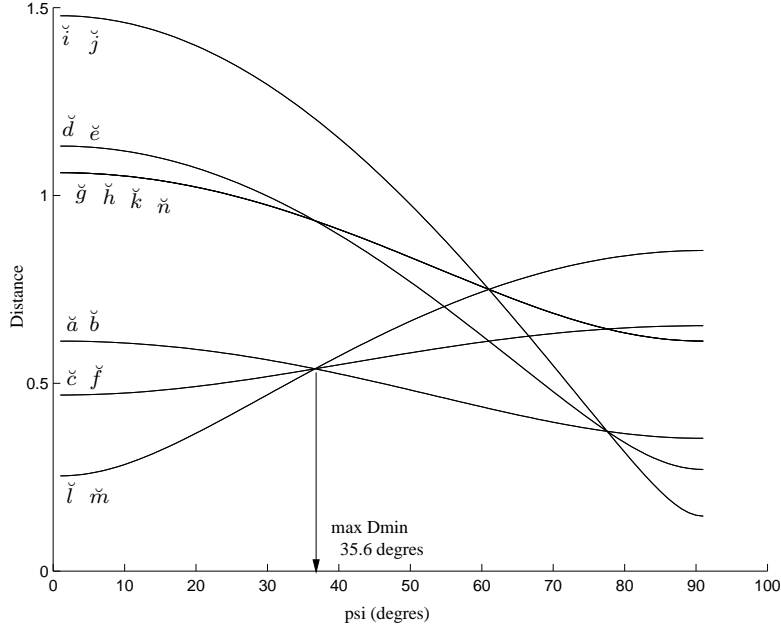


FIG. 6.4 – Distances $d_{\check{x}} = \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_{\mathcal{D}} \check{\mathbf{x}}\|$ associées aux quatorze vecteurs différence en fonction de ψ . L'angle γ est fixé à $\pi/6$.

6.4.3 Seuil optimal γ_0 pour l'angle du canal virtuel

Les distances minimales obtenues précédemment (équations 6.17 et 6.22) dépendent uniquement du paramètre γ du canal. Pour déterminer le seuil de basculement entre les précodeurs \mathbf{F}_{l1} et \mathbf{F}_{octo} il suffit de comparer leurs distances minimales respectives et de trouver l'angle γ_0 tel que $d_{l1} = d_{octo}$ (cf. Fig. 6.6). Les équations des distances donnent :

$$\sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} \cos \gamma_0 = \cos \gamma_0 \cos \psi \sqrt{4-2\sqrt{2}} \quad (6.23)$$

soit :

$$\cos \psi = \sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}(4-2\sqrt{2})}} \quad (6.24)$$

L'équation (6.21) peut aussi se mettre sous la forme :

$$\cos \psi = \sqrt{\frac{\tan^2 \gamma_0}{\tan^2 \gamma_0 + 3 - 2\sqrt{2}}} \quad (6.25)$$

ce qui permet d'obtenir :

$$\tan^2 \gamma_0 = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} - 3}{3\sqrt{3} - 2\sqrt{6} + 1} \simeq 0.0968 \quad \text{et} \quad \gamma_0 \simeq 17.28^\circ \quad (6.26)$$

Il est intéressant de noter que $\tan^2 \gamma$ correspond au rapport entre les RSB des deux voies du canal. En

effet à partir de l'équation (6.8) nous avons $\frac{1}{\tan^2 \gamma} = \frac{\cos^2 \gamma}{\sin^2 \gamma} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$. Ce rapport de RSB détermine donc le choix entre les deux formes du précodeur : pour $\frac{\rho_1}{\rho_2} \leq \frac{1}{\tan^2 \gamma_0} \simeq 10.33$ c'est le précodeur \mathbf{F}_{octo} qui a la plus grande distance minimale, pour $\frac{\rho_1}{\rho_2} \geq 10.33$ c'est le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Ce rapport $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ dépend du rapport des valeurs singulières du canal, et donc de la diversité du canal.

Les simulations suivantes vont illustrer les performances de ces précodeurs en terme de TEB.

6.5 Résultats de simulations

Dans cette partie nous allons comparer les précodeurs BPSK (\mathbf{F}_{BPSK}) et MAQ-4 (\mathbf{F}_{octo} et \mathbf{F}_{l1}) que nous venons de voir avec trois précodeurs linéaires de la littérature étudiés dans le chapitre 4 : le précodeur \mathbf{F}_{Capa} maximisant la capacité [17], le précodeur à taux d'erreurs égaux \mathbf{F}_{TEE} [70] et le précodeur \mathbf{F}_{MMSE} minimisant l'erreur quadratique moyenne [28].

6.5.1 Conditions de simulation

Les comparaisons vont s'effectuer en terme de distance minimale et surtout de TEB. La configuration des simulations est la suivante : un canal MIMO avec $n_T = 3$ antennes émettrices et $n_R = 2$ antennes réceptrices, dans lequel on veut transmettre $b = 2$ voies de symboles indépendants. Les coefficients de la matrice de canal \mathbf{H} sont i.i.d., tirés aléatoirement suivant une loi gaussienne centrée de variance unitaire (canal de Rayleigh). Un tirage du canal est effectué pour chaque paquet de 100 vecteurs symboles. A chaque fois une matrice de covariance du bruit \mathbf{R} est aussi générée en utilisant $\mathbf{R} = \mathbf{T}\mathbf{T}^*$ avec les coefficients de \mathbf{T} i.i.d. suivant une loi gaussienne centrée de variance unitaire. La matrice \mathbf{R} est ensuite multipliée par un facteur d'échelle pour arriver au RSB désiré. Comme la puissance reçue dépend de la politique d'allocation de puissance de chaque précodeur, le RSB est défini comme le rapport entre la puissance totale émise p_0 et la puissance totale du bruit reçu. Pour chaque RSB de chaque courbe 20 000 tirages aléatoires de \mathbf{H} et \mathbf{R} sont effectués, et les précodeurs sont ré-optimisés à chaque tirage avec une connaissance parfaite du canal et de la covariance du bruit. Un récepteur MV est utilisé pour décoder les symboles.

6.5.2 Résultats sur la distance minimale

Les figures 6.5 et 6.6 représentent la distance minimale normalisée ($d_{min}/\sqrt{2\rho p_0}$) pour chacun des précodeurs. La politique d'allocation de puissance des précodeurs \mathbf{F}_{MMSE} et \mathbf{F}_{Capa} est telle que la seconde voie peut être totalement abandonnée lorsque son RSB devient trop faible, ce qui produit une distance minimale nulle. Pour éviter que cela ne se produise sur ces figures la valeur de $\sqrt{2\rho p_0}$ (donc le RSB) est choisie suffisamment grande. Les meilleurs résultats en distances minimales sont bien sûr obtenus par les précodeurs \mathbf{F}_{BPSK} , \mathbf{F}_{octo} et \mathbf{F}_{l1} , ce qui est normal puisque les autres précodeurs ne cherchent pas à optimiser ce critère. Toutefois une grande distance minimale n'implique pas obligatoirement un faible TEB puisqu'elle n'est qu'une

approximation du critère du maximum de vraisemblance. Les simulations suivantes vont permettre de vérifier la pertinence de ce critère.

6.5.3 TEB avec un récepteur MV

Les figures 6.7 et 6.8 montrent clairement l'intérêt du critère $\max(\mathcal{D}_{min})$ en ce qui concerne le TEB avec un récepteur MV, pour les deux modulations considérées.

Pour la modulation BPSK le gain est très important et confirme l'intérêt du gain en distance minimale obtenu par la transformation des deux voies BPSK en une seule voie MAQ-4. Les simulations montrent que le gain est particulièrement important lorsque l'angle γ est faible (comme pour \mathcal{D}_{min}). Ce résultat est logique puisqu'il correspond à une faible diversité spatiale et donc à une seconde voie (inutilisée par \mathbf{F}_{BPSK}) nettement désavantagée.

Pour la modulation MAQ-4, la forme du précodeur dépend de la diversité spatiale du canal, c'est à dire du rapport entre ses valeurs singulières, qui est paramétré par l'angle γ . Pour illustrer séparément les performances des précodeurs \mathbf{F}_{l1} (Fig. 6.9) et \mathbf{F}_{octo} (Fig. 6.10), nous avons extrait de la figure 6.8 les cas dans lesquels $\frac{\rho_1}{\rho_2} \geq 10.33$ (\mathbf{F}_{l1}) et ceux dans lesquels $\frac{\rho_1}{\rho_2} \leq 10.33$ (\mathbf{F}_{octo}).

Le gain en TEB est très important pour le précodeur \mathbf{F}_{octo} , mais comme on pouvait s'y attendre en voyant les résultats des distances minimales de la figure 6.6, les résultats sont encore meilleurs pour le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Ce précodeur, qui n'utilise que la première voie du canal, est avantageux lorsque la diversité spatiale est faible, ce qui représente environ 65% des cas des réalisations de \mathbf{H} .

Les performances des trois autres précodeurs sont du même ordre de grandeur, aussi bien en terme de distance minimale que de TEB. Il est intéressant de noter que le plus faible TEB est toujours obtenu par le précodeur \mathbf{F}_{MMSE} , sauf dans le cas $\frac{\rho_1}{\rho_2} \leq 10.33$. Pourtant le précodeur \mathbf{F}_{MMSE} n'a jamais la meilleure distance minimale, ce qui montre bien que le critère de distance minimale, bien que très performant, n'est pas parfaitement lié au TEB d'un récepteur MV. On est alors en droit de se questionner sur ses performances avec un autre récepteur, ce que nous allons faire avec un récepteur à retour de décision.

6.5.4 TEB avec un récepteur OSIC

Le récepteur que nous allons employer dans ce paragraphe est le récepteur à retour de décision présenté dans la section 1.4.3 et aussi connu sous le nom de récepteur V-BLAST. Nous utiliserons le critère du forçage à zéro.

Son algorithme dans le cas du précodeur \mathbf{F}_{l1} prend une forme particulière. Puisque la seconde ligne de ce précodeur est nulle, l'algorithme ne va pas utiliser le signal r_2 du second récepteur virtuel :

- Il va commencer par estimer le symbole \hat{s}_1 en regardant à quel quadrant de la constellation le signal reçu r_1 appartient.

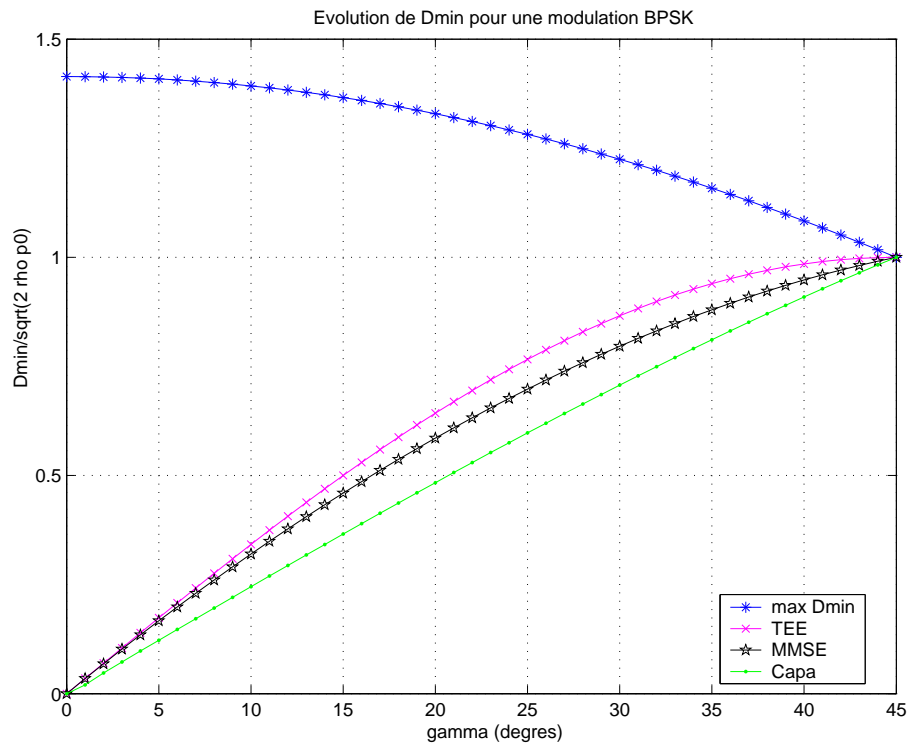


FIG. 6.5 – Distances minimales pour la modulation BPSK en fonction de l'angle γ du canal.

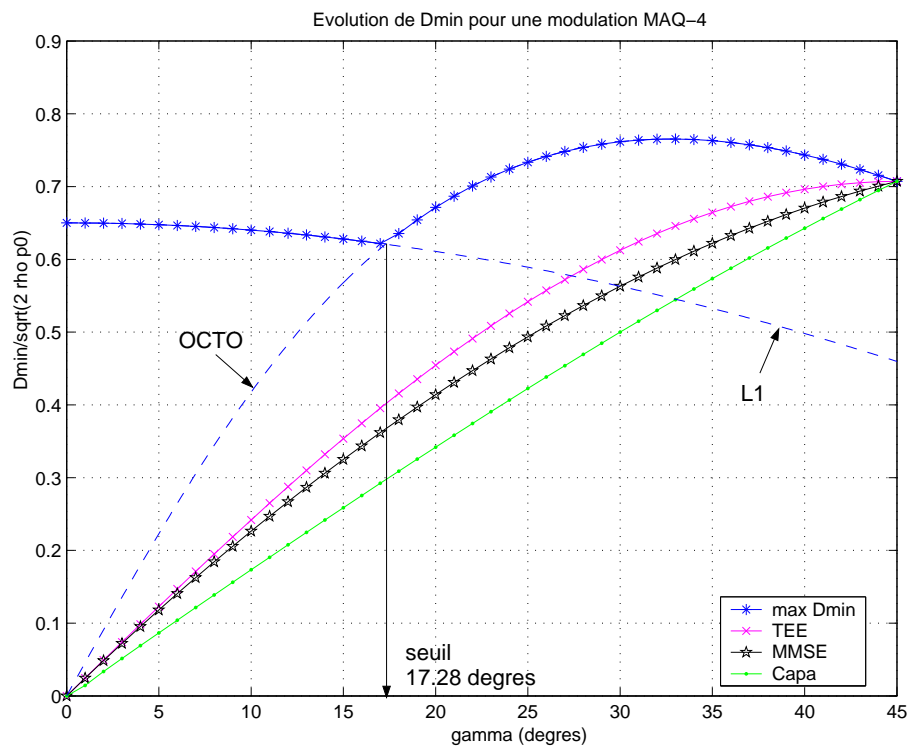


FIG. 6.6 – Distances minimales pour la modulation MAQ-4 en fonction de l'angle γ du canal.

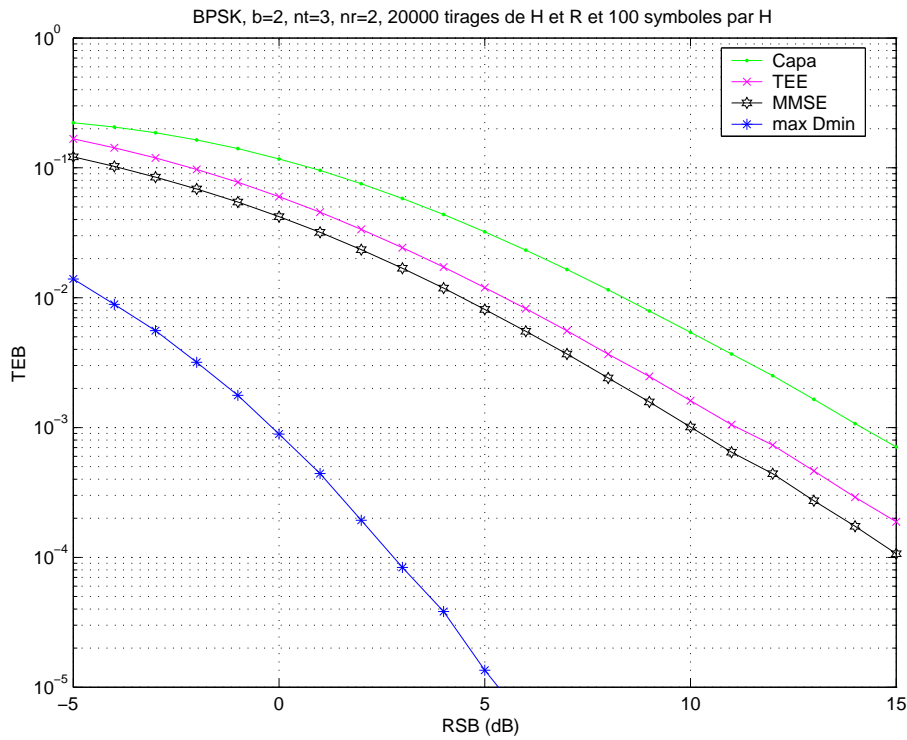


FIG. 6.7 – TEB du précodeur \mathbf{F}_{BPSK} et des précodeurs \mathbf{F}_{Capa} , \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_{MMSE} pour la modulation BPSK. Récepteur MV.

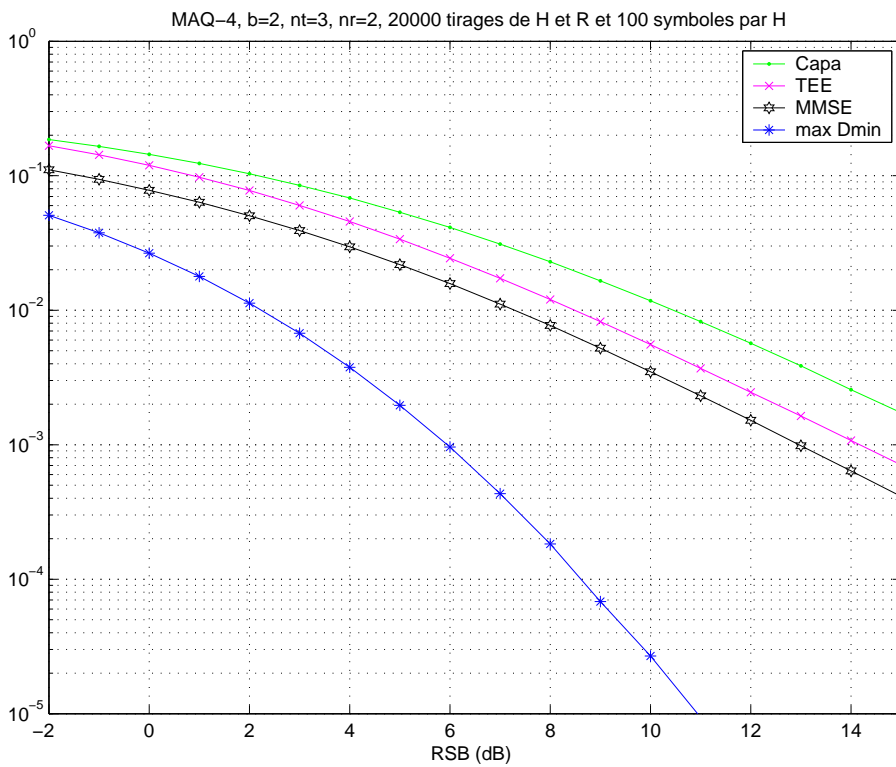


FIG. 6.8 – TEB du précodeur $\max(\mathcal{D}_{min})$ et des précodeurs \mathbf{F}_{Capa} , \mathbf{F}_{TEE} et \mathbf{F}_{MMSE} pour la modulation MAQ-4. Récepteur MV.

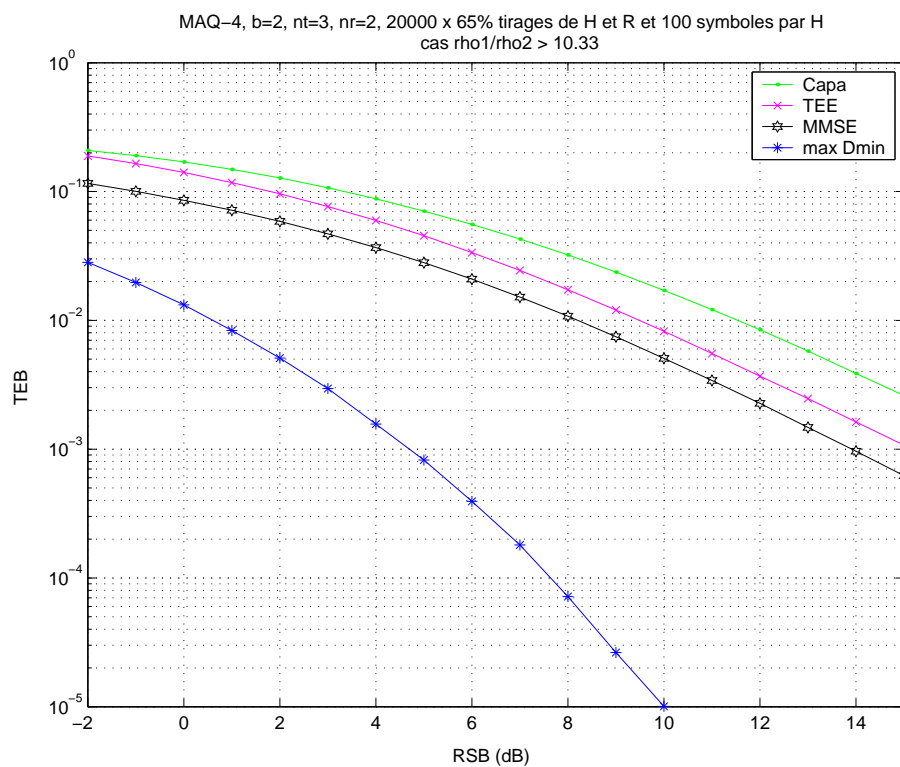


FIG. 6.9 – TEB avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} (cas $\frac{\rho_1}{\rho_2} > 10.33$). Récepteur MV .

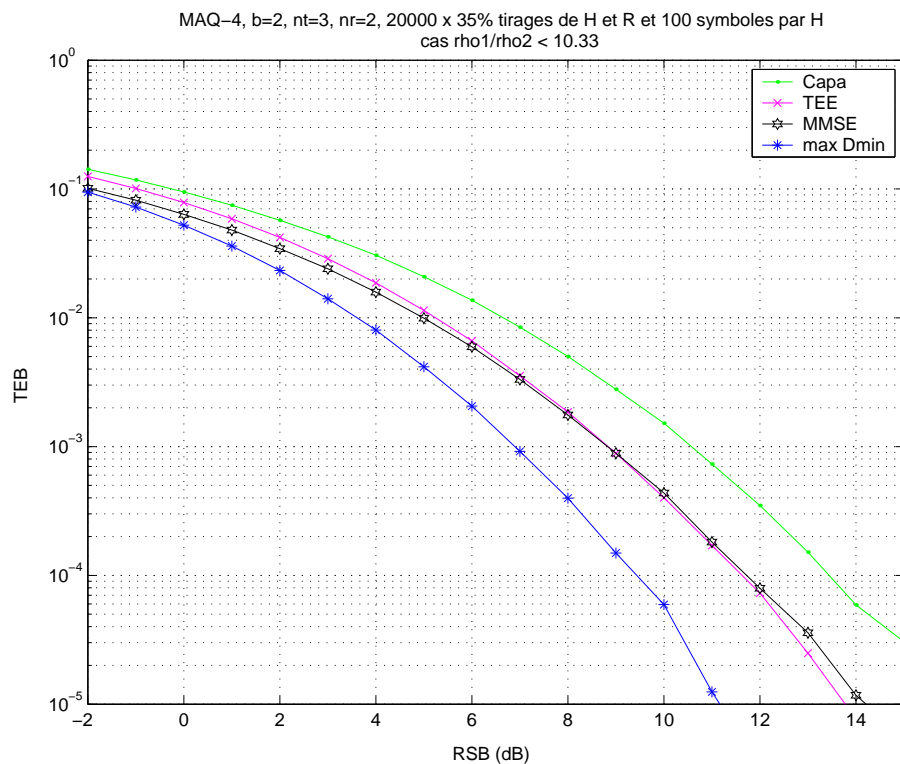


FIG. 6.10 – TEB avec le précodeur \mathbf{F}_{octo} (cas $\frac{\rho_1}{\rho_2} < 10.33$). Récepteur MV .

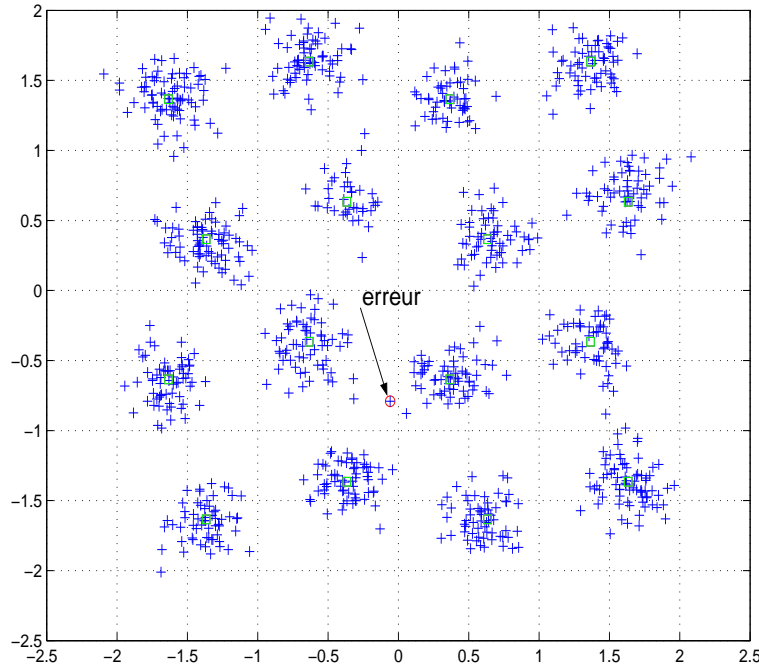


FIG. 6.11 – Exemple de constellation sur le récepteur virtuel $n^{\circ} 1$ avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} . Le symbole s_2 est tourné de 15° . L'erreur indiquée est réalisée par l'algorithme OSIC et pas par le MV.

- Ensuite, il va soustraire la contribution de \hat{s}_1 au signal r_1 (cf. l'expression de \mathbf{F}_{l1} dans l'équation 6.16) :

$$r'_1 = r_1 - \sqrt{\rho_1} \sqrt{p_0} \sqrt{\frac{3 + \sqrt{3}}{6}} \hat{s}_1$$

- Enfin, il va estimer le symbole \hat{s}_2 en regardant à quel quadrant de la constellation le signal $r'_1 e^{-j\frac{\pi}{12}}$ appartient.

Cet algorithme serait équivalent au maximum de vraisemblance si la constellation n'avait pas de rotation, c'est à dire si les coefficients de notre précodeur étaient réels. La rotation entraîne une perte d'optimalité (au sens du MV), illustrée par un exemple figure 6.11.

Cette figure représente la constellation reçue sur le premier récepteur virtuel lors d'une transmission avec le précodeur \mathbf{F}_{l1} . L'impact de coordonnées $(-0,1, -0,8)$ a été produit par le vecteur émis $\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{2}}[(1-i), (-1+i)]^T$. Lors de la première étape l'algorithme OSIC va faire une erreur en estimant $\hat{s}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1-i)$ puisque le signal est dans le quadrant du bas à gauche (parties réelle et imaginaire négatives). Par conséquence la seconde estimation produira elle aussi une erreur avec la valeur $\hat{s}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$. Dans les mêmes conditions le récepteur du MV ne produira pas d'erreur car il estimera les distances en une seule étape. Remarquons que :

- Sans la rotation de 15° de s_2 l'impact aurait été dans le bon quadrant et le récepteur OSIC n'aurait pas fait d'erreur.
- Ce type d'erreur est extrêmement pénalisant puisque sur quatre bits transmis, trois sont faux (1001 émis

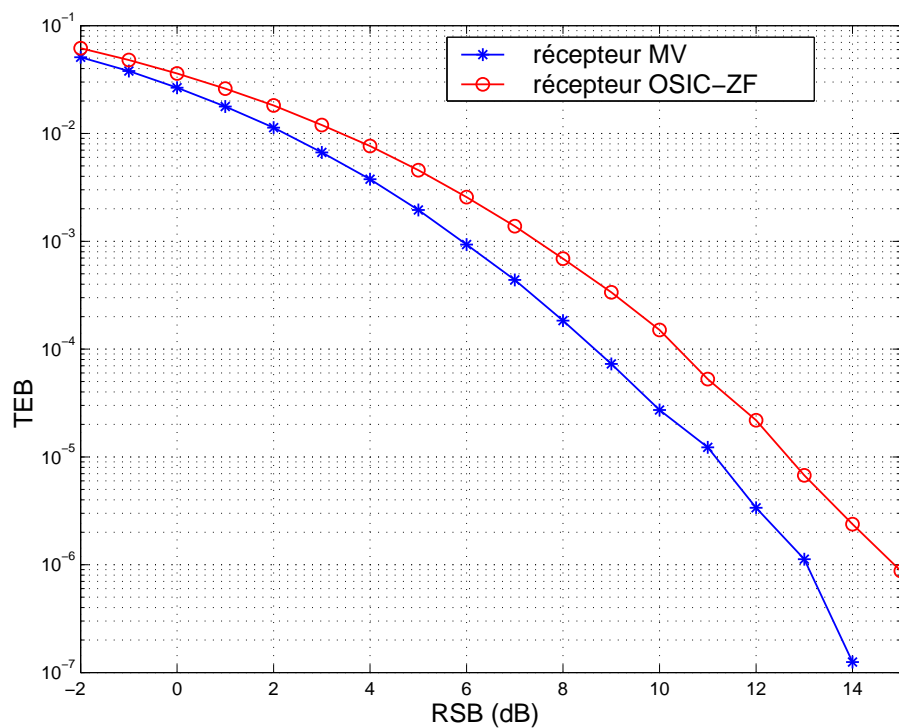


FIG. 6.12 – Précodeur optimal au sens de \mathcal{D}_{min} . *TEB* avec les récepteurs *MV* et *OSIC-ZF*.

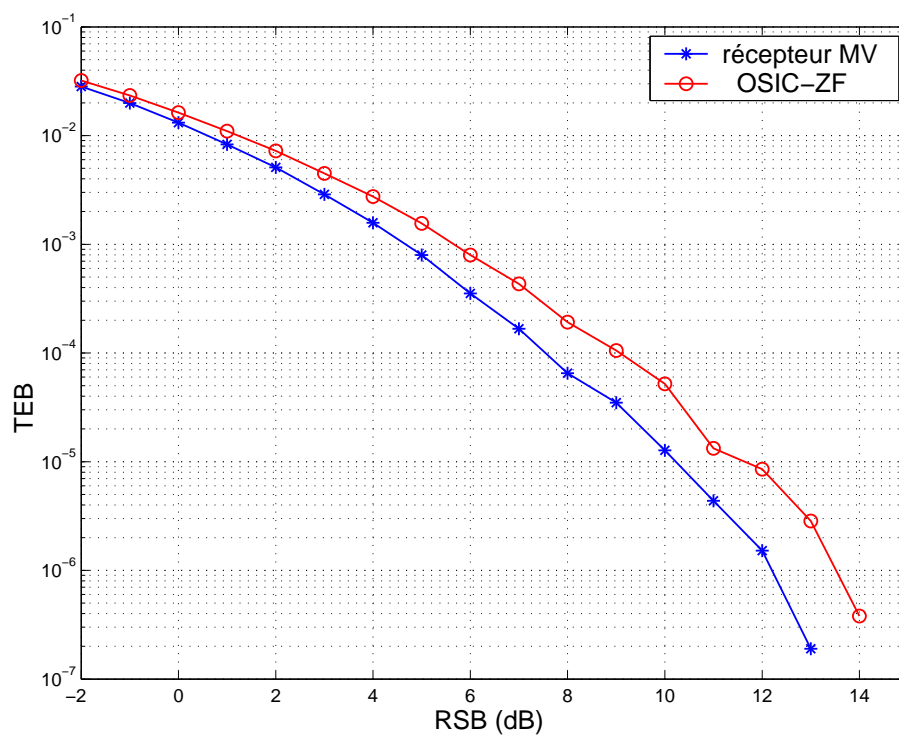


FIG. 6.13 – Précodeur \mathbf{F}_{l1} pour $\gamma > \gamma_0$. *TEB* avec les récepteurs *MV* et *OSIC-ZF*.

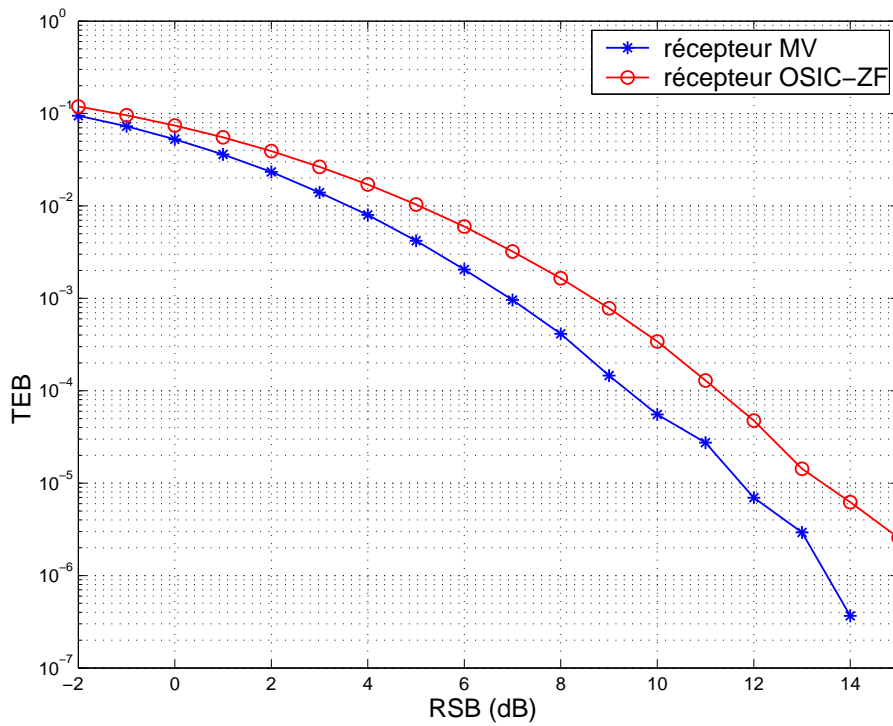


FIG. 6.14 – Précodeur \mathbf{F}_{octo} pour $\gamma < \gamma_0$. *TEB* avec les récepteurs MV et OSIC-ZF.

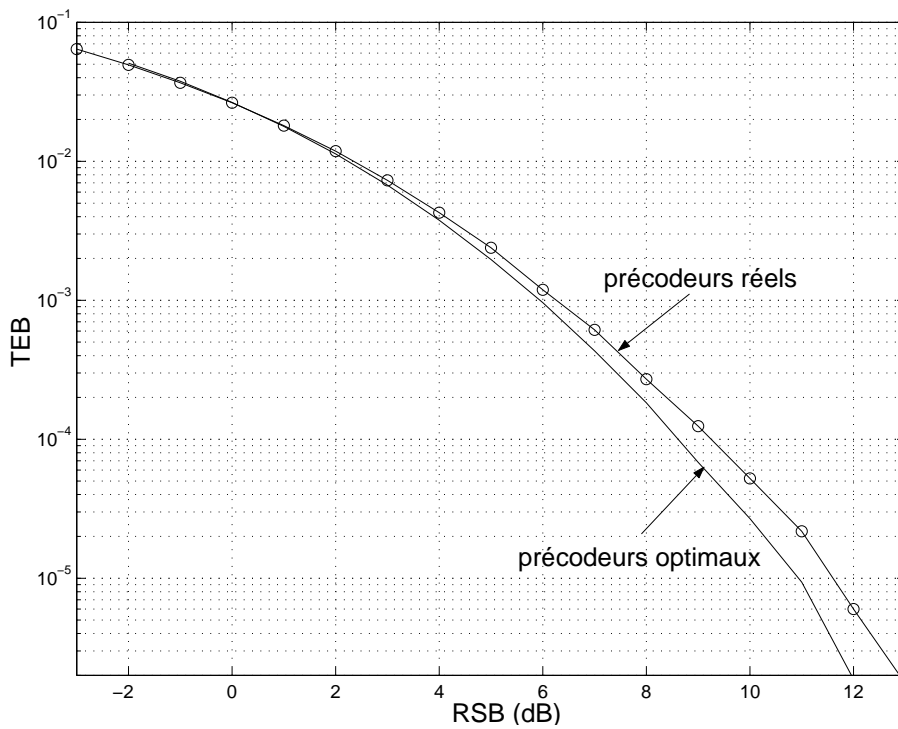


FIG. 6.15 – *TEB* de nos précodeurs réels du chapitre 5 et de nos précodeurs optimisant la distance minimale de ce chapitre. Un récepteur MV est utilisé et toutes les valeurs de γ sont considérées.

et 1110 estimé avec le codage de gray habituel pour la MAQ-4).

Les TEB de nos précodeurs complexes sont comparés pour les récepteurs OSIC et MV sur les figures 6.12, 6.13 et 6.14. La figure 6.12 représente les TEB pour le cas général, c'est à dire pour toutes les valeurs de l'angle γ du canal. La figure 6.13 représente les TEB du précodeur \mathbf{F}_{11} , c'est à dire pour les valeurs de \mathbf{H}_v pour lesquelles $\gamma > \gamma_0$. La figure 6.14 correspond au dernier cas, pour lequel $\gamma < \gamma_0$, et qui utilise le précodeur \mathbf{F}_{octo} .

Le but de ces trois figures est de vérifier que le critère de la distance minimale, qui est une approximation du critère du MV, reste performant avec un autre récepteur. C'est effectivement le cas puisque le niveau de dégradation des performances est dû à la sous-optimalité du récepteur OSIC (cf. figure 1.3).

Nos précodeurs optimaux au sens de \mathcal{D}_{min} restent donc plus performants que les précodeurs linéaires de la littérature actuelle, mais il reste à les comparer avec nos précodeurs réels du chapitre 5 qui utilisent eux aussi le critère de la distance minimale.

6.6 Comparaison avec les précodeurs réels basés sur \mathcal{D}_{min}

La comparaison est simple à réaliser puisque les précodeurs à coefficients réels et ceux à coefficients complexes travaillent avec les mêmes hypothèses de départ (sauf pour la phase des coefficients). La figure 6.15 représente les TEB des deux types de précodeurs avec un récepteur MV.

Le précodeur optimal au sens de \mathcal{D}_{min} est légèrement meilleur, gagnant environ un demi dB de RSB pour un TEB de 10^{-5} . Dans l'ensemble les performances sont comparables, ce qui n'est pas évident au premier abord car les précodeurs réels ont nettement moins de degrés de liberté.

En fait, nous voyons là une limitation du critère de distance minimale : la forme des constellations des précodeurs complexes \mathbf{F}_{11} et \mathbf{F}_{octo} optimise la distance minimale, mais elle augmente le nombre de points « voisins » sur la constellation, c'est à dire le nombre de points situés à la distance minimale. Sur ces constellations chaque « voisin » est plus éloigné, diminuant ainsi la probabilité d'erreur, mais en la multipliant ensuite par le nombre de « voisins » le résultat final est globalement identique.

Ce résultat doit dépendre fortement de la modulation utilisée et de la dimension du vecteur de données, car ces deux paramètres déterminent le nombre de points et leurs répartitions sur les constellations reçues.

6.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit de nouveaux précodeurs, optimaux au sens de la distance minimale entre les vecteurs reçus. Les hypothèses retenues sont les suivantes : la puissance moyenne émise p_0 est contrainte, un récepteur MV est utilisé et le canal est parfaitement connu à l'émetteur et au récepteur. Nous nous sommes limité à deux voies de données et aux modulations BPSK et MAQ-4, mais la méthode doit

pouvoir s'étendre à des dimensions plus grandes et à d'autres modulations².

Pour obtenir nos précodeurs nous utilisons la représentation diagonale du canal \mathbf{H}_v et nous avons réduit le domaine de recherche en définissant l'ensemble $\check{\mathcal{X}}$ des vecteurs différence.

La modulation BPSK sert d'exemple pour illustrer la méthode de recherche, et les TEB obtenus sont nettement meilleurs que ceux des précodeurs classiques de la littérature actuelle. Le mérite en revient au critère utilisé, qui ne limite pas la recherche à des précodeurs diagonaux, et permet ainsi, par exemple, de transmettre les deux voies de données sur le premier sous-canal virtuel lorsque ceci est avantageux.

Notre précodeur pour la modulation MAQ-4 prend deux formes distinctes en fonction du rapport entre les RSB des deux sous-canaux virtuels : \mathbf{F}_{l1} si le second sous-canal est trop désavantagé, sinon \mathbf{F}_{octo} qui place une constellation de forme octogonale sur chaque récepteur virtuel.

Les TEB de ces deux précodeurs améliorent franchement les résultats obtenus dans la littérature actuelle, pour un récepteur du maximum de vraisemblance ou à retour de décision. De plus l'expression de nos précodeurs est très simple, et leur élaboration n'est pas coûteuse en charge de calcul.

Leurs performances en TEB sont légèrement meilleures que celles de nos précodeurs réels du chapitre 5, et il serait maintenant intéressant d'augmenter l'ordre du système ($b \geq 3$) et de le coupler avec un système de codage.

2. Des essais en cours sur une modulation MDP-8 donnent des résultats similaires à ceux de la MAQ-4.

Conclusion

Tout au long de ce document, nous avons étudié les systèmes MIMO avec un débit fixe et sans codage, dont les premières applications potentielles sont les réseaux « indoor ». Après une introduction sur les systèmes multi-antennes, nous avons vu une méthode originale pour estimer rapidement le TEB d'une communication MIMO-OFDM. Cette méthode que nous proposons est une adaptation du filtre de Julier et Uhlmann aux communications numériques. Cette technique est apparue récemment dans le milieu de la robotique et est généralement utilisée comme une concurrente du filtre de Kalman étendu. Nous la plaçons ici dans le domaine des communications numériques pour estimer le niveau de bruit en sortie du récepteur, juste avant la prise de décision. Cette estimation du niveau de bruit permet de prédire le TEB de la communication en utilisant des formules conventionnelles de la littérature. Avec le récepteur du forçage à zéro l'estimation donne exactement la bonne valeur de niveau de bruit, ce qui est normal car le récepteur est linéaire. Pour le récepteur à retour de décision, nous avons développé un algorithme pour tenir compte des retours de bonnes et mauvaises décisions quel que soit le niveau de bruit. Là encore la méthode donne de très bons résultats pour un temps de calcul extrêmement faible.

Ensuite, nous avons proposé un récepteur rapide basé sur le maximum de vraisemblance pour les canaux à faible diversité spatiale. Notre récepteur tire parti de la structure du canal pour estimer les symboles en deux étapes simples. On peut ainsi réduire le temps de calcul tout en conservant des performances proches de celles du récepteur MV. La complexité de notre récepteur n'augmente pas de façon exponentielle avec le nombre d'antennes à l'émission, ce qui est possible grâce à la décomposition en deux étapes qui réduit l'espace de recherche.

Le chapitre suivant a introduit les précodeurs linéaires qui utilisent la connaissance du canal à l'émission pour améliorer la communication. Les principaux précodeurs de la littérature sont présentés avec notre représentation diagonale du canal. Cette représentation permet de simplifier les calculs et facilite l'analyse des techniques retenues par chaque précodeur. Nous présentons aussi deux précodeurs diagonaux que nous avons conçus : le précodeur diagonal optimal au sens du TEB et son approximation qui obtient de bons résultats tout en étant très rapide à calculer. La technique de la sélection d'antennes vient clore ce chapitre, montrant les avantages de précodeurs non-diagonaux et les bonnes performances du critère de la distance minimale.

Nous avons poursuivi notre étude sur les précodeurs linéaires en proposant un nouveau type de précodeur,

à coefficients réels et basé sur la distance minimale. Les différentes étapes pour optimiser ces précodeurs ont été détaillées, et le résultat final est particulièrement simple. Cela permet une implémentation rapide et peu gourmande en temps de calcul pour les systèmes MIMO. Les TEB obtenus sont nettement meilleurs que ceux de tous les précodeurs déjà vus. Ceci s'explique par le choix d'un critère performant et surtout par la non-diagonalité de notre précodeur, qui permet de tirer parti de toutes les configurations du canal. Ceci est particulièrement vrai lorsque le canal présente une direction de propagation privilégiée, qui se traduit par une valeur singulière nettement plus grande que les autres. Dans ce cas, les précodeurs diagonaux sous exploitent le canal en répartissant uniformément le débit d'information sur tous les sous-canaux. La non-diagonalité de notre précodeur permet de transmettre toute l'information sur le sous-canal possédant le meilleur RSB (et donc la plus grande capacité), ce qui améliore fortement le TEB. Cette partie est terminée par une étude théorique des TEB des précodeurs réels.

Le dernier chapitre a porté sur les précodeurs optimaux au sens de la distance minimale. Nous avons proposé de généraliser nos précodeurs réels en utilisant des coefficients complexes. La distance minimale est maximisée sans aucune approximation, grâce à l'introduction des vecteurs différences, qui réduisent l'espace de recherche. Là encore les précodeurs que nous obtenons sont particulièrement simples et très performants. Ils sont comparés avec les principaux précodeurs linéaires de la littérature pour un récepteur MV et un récepteur OSIC. Dans tous les cas nos performances sont meilleures, améliorant ainsi les excellentes performances de nos précodeurs réels.

Notre contribution durant ce travail de thèse consiste donc en :

- Une méthode d'estimation très rapide du TEB des systèmes MIMO-OFDM basée sur le filtre de Julier et Uhlmann.
- Un récepteur rapide basé sur le maximum de vraisemblance.
- Une méthode de représentation simplifiée du canal MIMO.
- Un précodeur linéaire diagonal optimal au sens du TEB et sa version approximée.
- Des précodeurs réels non-diagonaux basés sur la distance minimale.
- Des précodeurs optimaux au sens de la distance minimale.

A court terme nous envisageons de poursuivre le travail présenté dans ce mémoire sur trois points :

Dans le chapitre 5, nous avons présenté les TEB théoriques des précodeurs réels. Il semble intéressant d'utiliser ces formules pour optimiser les précodeurs réels, et obtenir ainsi les précodeurs réels optimaux au sens du TEB.

La même démarche peut s'appliquer aux précodeurs à coefficients complexes du chapitre 6. En écrivant la formule de leurs TEB théoriques dans le cas général, nous pourrions les utiliser pour optimiser les précodeurs. Nous obtiendrions alors les précodeurs linéaires optimaux au sens du TEB, sans restriction au cas diagonal ni

à des coefficients réels.

Nous nous sommes limités à l'émission de deux voies de données indépendantes, ce qui est une configuration réaliste pour les modules d'émission devant avoir une taille réduite, donc peu d'antennes, comme les téléphones mobiles. Néanmoins, la généralisation de nos précodeurs à plus de deux voies de données semble un travail intéressant. On peut supposer que les résultats obtenus devraient être très bons, car nos précodeurs étant non-diagonaux ils possèdent plus de degrés de liberté que les précodeurs diagonaux. Ils devraient donc mieux exploiter les possibilités apportées par l'augmentation de la dimension du canal, et obtenir des TEB nettement meilleurs.

A moyen terme trois axes de recherche semblent intéressants :

Nous avons considéré jusqu'à présent des systèmes sans codage, afin de nous concentrer sur les taux d'erreurs de la transmission, sans aucune correction. Un système MIMO complet comporte un étage de codage, utilisant généralement les dimensions temporelle et spatiale (STC). L'apport des précodeurs pour ces systèmes codés serait à évaluer, ainsi que la conception conjointe des précodeurs et des codes.

Durant notre travail nous avons supposé la connaissance du canal parfaite au récepteur et à l'émetteur. Dans les systèmes opérationnels cette connaissance ne sera pas parfaite, au récepteur à cause des erreurs d'estimation du canal, à l'émetteur à cause du délai et des erreurs de transmission de la boucle de retour. L'influence de ces erreurs sur la dégradation des performances des précodeurs est un sujet important, qui peut déboucher sur de nouveaux critères de conception de précodeurs.

Enfin, durant tout notre travail, nous nous sommes placés dans le cadre de systèmes à débits fixes, et nous avons cherché à améliorer leurs TEB. Il serait intéressant d'explorer les systèmes ayant une contrainte sur le TEB maximal admissible (qualité de service), et dont le débit utile est variable. Ces débits variables peuvent être obtenus en modifiant le rendement du codage, mais aussi en adaptant le nombre d'états de la modulation au canal. L'optimisation de nos précodeurs suivant ces nouvelles contraintes devrait donner de nouveaux précodeurs, a priori non-diagonaux, et améliorer les performances (débit à TEB donné) de ces systèmes.

Annexe A

Conditions de la simulation MIMO-OFDM en ASM

Pour faciliter le fil de la lecture les paramètres de la simulation de la section 1.5.2 sont définis plus précisément ici. L'objet de la simulation est de comparer l'OFDM avec le MIMO-OFDM, le canal ASM étant choisi à titre d'exemple. La fréquence porteuse est de 10 kHz, le nombre de sous-porteuses est $P = 64$, et l'émetteur MIMO dispose de $n_T = 4$ transducteurs et de $n_R = 8$ hydrophones.

Le canal ASM est simulé à l'aide du logiciel « BELLHOP », qui calcule des réponses impulsionnelles en environnement océanique grâce à la méthode de lancer de rayons. Ce logiciel a été développé à l'Institut de Technologie du New Jersey, et sa description théorique se trouve dans [31]. La célérité de l'onde acoustique varie en fonction du milieu océanique et influence fortement les courbures des rayons lancés. Nous avons utilisé un profil de célérité réel, mesuré lors de la campagne de mesures INTIMATE'96 (voir <http://www.ualg.pt/sjesus/intimate/intimate.htm> pour plus de précision).

Le fond marin est supposé plat et sablonneux, la hauteur d'eau est de 100 m, et la distance entre les émetteurs et les récepteurs est de 5 km¹. Les 4 émetteurs sont placés verticalement, espacés de 20 m, le premier à 10 m d'immersion et le dernier à 70 m. Leur ouverture est de $\pm 15^\circ$, en direction des récepteurs. Les 8 hydrophones sont placés verticalement, espacés de 10 m, le premier à 10 m jusqu'au dernier à 80 m d'immersion.

La figure A.1 représente le module de la réponse impulsionnelle du trajet entre le 2^e émetteur et le 1^{er} récepteur (immersions de 30 m et de 10 m). Le premier trajet arrive après environ 3,3 s de propagation, et le dernier à presque 3,37 s. Les 3,3 s de temps de propagation correspondent aux 5 km de distance, la célérité du son dans l'eau étant de 1500 m/s environ. L'étalement de la réponse impulsionnelle entre cet émetteur et ce récepteur est de 65 ms, et il est intéressant de noter que le trajet le plus énergétique n'est que le

1. Merci à Sandrine Bonnifay de l'Institut de Recherche de l'École Navale (IRENav) pour ses suggestions sur les choix des paramètres de BELLHOP.

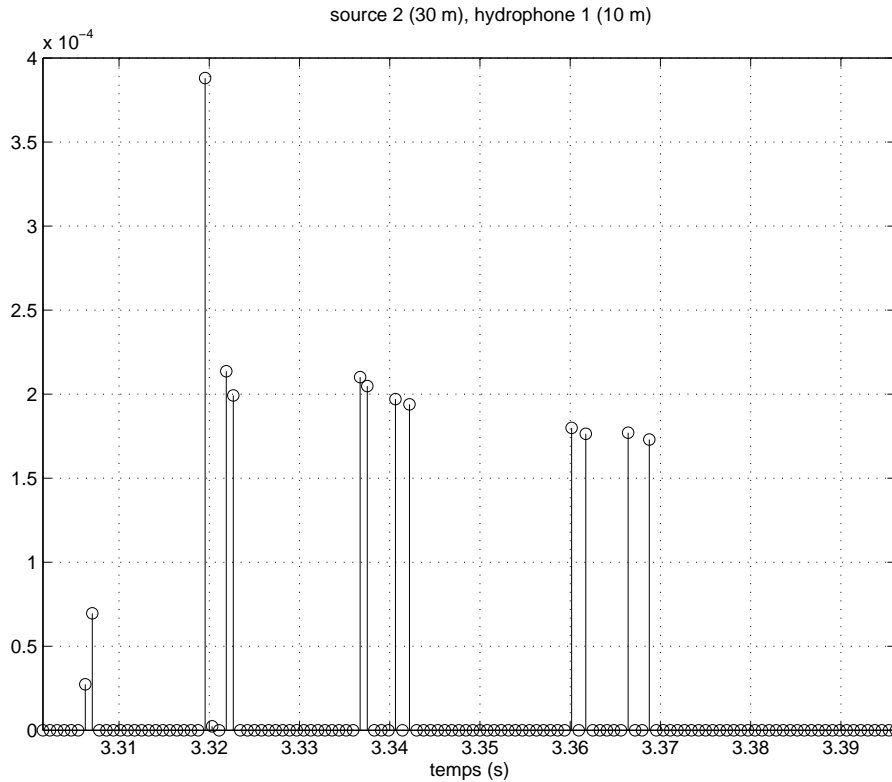


FIG. A.1 – Module de la réponse impulsionnelle entre la source n° 2 et l'hydrophone n° 1.

3^e arrivé. L'étude des 32 réponses impulsionnelles entre les 4 émetteurs et les 8 récepteurs montre que tous les échos significatifs arrivent en moins de 96 ms, ce qui détermine le temps de garde T_g de l'OFDM pour éviter l'interférence entre symboles.

Pour la modulation OFDM seule nous avons choisi le meilleur couple émetteur-récepteur, c'est à dire celui qui donne le meilleur TEB.

Bien sûr les paramètres de cette simulation sont loins de refléter fidèlement la réalité d'une transmission ASM horizontale par petit fond. En particulier le récepteur est considéré parfaitement synchronisé, le Doppler est nul et le canal parfaitement égalisé en réception. Toutefois, les ordres de grandeur des réponses impulsionnelles sont corrects et la modulation OFDM est déjà utilisée pour ce type de transmission. La faible bande passante des transducteurs sous-marins et les nombreuses réflexions dans ce type de canal laissent penser que les systèmes MIMO pourront y être utilisés, notamment pour les applications ayant besoin d'un fort débit.

Annexe B

Démonstration de $\mathbf{A} = \mathbf{I}$

Nous allons utiliser pour la matrice \mathbf{A} la forme générale d'une matrice unitaire de dimension 2 définie par l'équation (6.10). Notre objectif dans cette annexe est de montrer que le meilleur choix pour la matrice \mathbf{A} est l'identité. Nous allons d'abord montrer que nous pouvons choisir pour \mathbf{A} une matrice réelle, puis que la meilleure matrice réelle est l'identité.

B.1 Choix d'une matrice \mathbf{A} réelle

Les valeurs singulières d'une matrice sont réelles et positives (ou nulles) et le module du déterminant d'une matrice unitaire est égale à 1. En notant $\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*$ la décomposition en valeurs singulières de $\mathbf{H}_v\mathbf{A}\mathbf{\Sigma}$ nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 \lambda_1\lambda_2 &= |\det(\mathbf{\Lambda})| \\
 &= |\det(\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*)| \\
 &= |\det(\mathbf{H}_v\mathbf{A}\mathbf{\Sigma})| \\
 &= |\det(\mathbf{H}_v\mathbf{\Sigma})| \cdot |\det(\mathbf{A})| \\
 &= |\det(\mathbf{H}_v\mathbf{\Sigma})| \\
 &= \sqrt{\rho_1\rho_2} \sigma_1\sigma_2
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Donc le produit des valeurs singulières ne dépend pas de \mathbf{A} .

Nous pouvons aussi écrire sur la somme des carrés des valeurs singulières :

$$\begin{aligned}
 \lambda_1^2 + \lambda_2^2 &= \text{trace}(\mathbf{\Lambda}^2) \\
 &= \text{trace}(\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^*) \\
 &= \|\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*\|^2 \\
 &= \|\mathbf{H}_v\mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\|^2
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Donc la phase des éléments de \mathbf{A} n'a pas d'influence sur $\lambda_1^2 + \lambda_2^2$.

Finalement, en utilisant les deux résultats précédents, nous pouvons dire que la phase des éléments de \mathbf{A} ne modifie pas les valeurs singulières de $\mathbf{H}_v \mathbf{A} \Sigma$, et que donc nous pouvons choisir des matrices réelles, dont la forme générale est :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

avec $0 \leq \alpha < \pi/2$. Cette limitation des valeurs de α est justifiée par le fait qu'ajouter π à α est équivalent à remplacer \mathbf{A} par $-\mathbf{A}$, ce qui ne change rien aux valeurs singulières λ_1 et λ_2 . De même remplacer α par $-\alpha$ revient à remplacer \mathbf{A} par \mathbf{A}^T , ce qui ne modifie pas non plus les valeurs singulières.

B.2 Influence de α sur les valeurs singulières

La figure B.1 représente λ_2 en fonction de λ_1 pour différentes valeurs de ψ et un canal avec un angle $\gamma = 30^\circ$ (des figures similaires sont obtenues avec d'autres valeurs de γ).

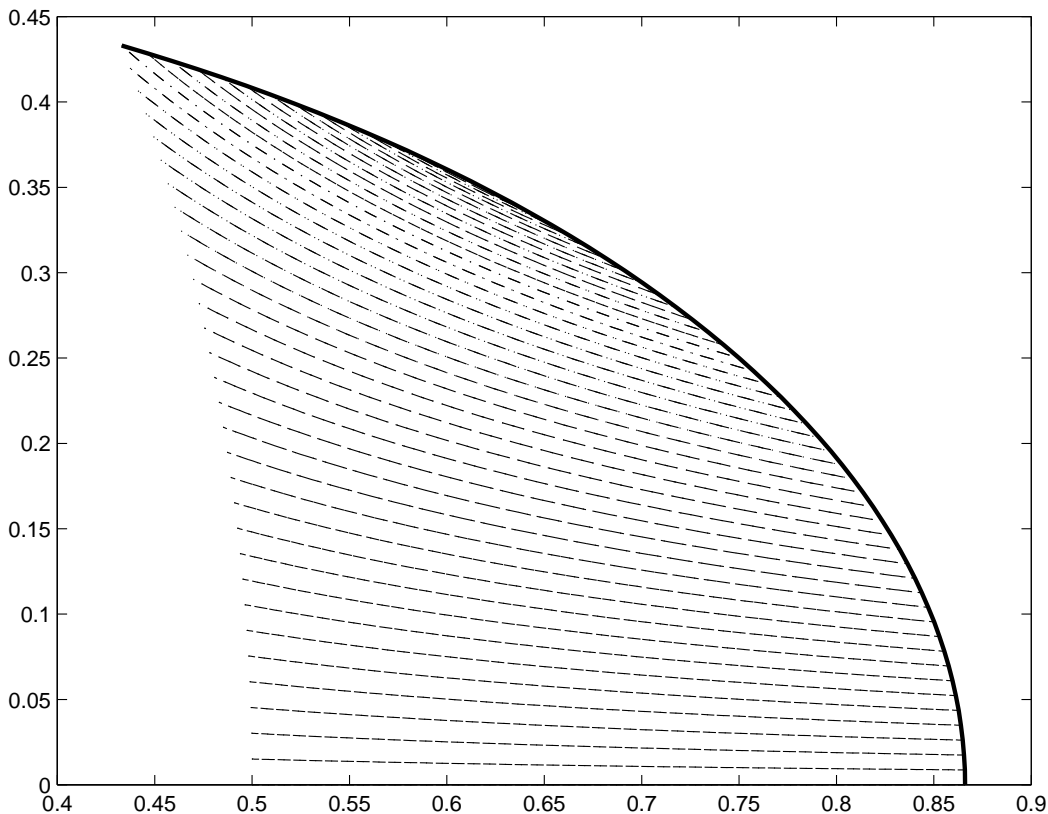


FIG. B.1 – λ_2 en fonction de λ_1 pour un canal avec un angle $\gamma = 30^\circ$. La ligne du haut (épaisse) correspond à l'angle $\alpha = 0$. Les courbes en pointillés correspondent à d'autres valeurs de α .

Comme nous venons de prouver que la valeur de \mathbf{A} n'a pas d'influence sur le produit des valeurs singulières, alors lorsque l'angle α change, λ_2 évolue en suivant une courbe du type $\lambda_2 = \frac{c}{\lambda_1}$, avec c constante positive. Ceci correspond aux courbes en pointillés sur la figure B.1, chacune étant calculée pour une valeur

différente de ψ .

La courbe épaisse, qui relie les extrémités des courbes fines, correspond à $\alpha = 0$, pour toutes les valeurs de ψ . Pour une valeur de λ_1 donnée, toute autre valeur de α diminue la valeur de λ_2 . Nous avons donc intérêt à prendre l'angle $\alpha = 0$ pour notre précodeur, ce qui correspond à $\mathbf{A} = \mathbf{I}$.

Annexe C

Limitation du domaine de recherche des précodeurs

Pour faciliter la recherche des précodeurs optimaux basés sur \mathcal{D}_{min} nous pouvons limiter les domaines de recherche des trois angles ψ , θ et φ qui définissent les précodeurs. La forme générale de l'ensemble canal et précodeur est donnée par l'équation 6.13 :

$$\mathbf{H}_v \mathbf{F}_D = \sqrt{2p_0\rho} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\varphi} \end{pmatrix}$$

Les vecteurs différence, différence entre deux vecteurs de symboles, sont définis section 6.2.1 et peuvent se noter $\check{\mathbf{x}} = [\check{x}_1, \check{x}_2]^T$. Rappelons que la distance minimale est liée aux vecteurs différence par l'équation 6.5 :

$$\mathcal{D}_{min} = \min_k \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_D \check{\mathbf{x}}_k\| \quad \text{pour tout } \check{\mathbf{x}}_k \in \check{\mathcal{X}}$$

Considérant les symétries des constellations usuelles nous avons les propriétés suivantes :

- i. $(\check{\mathbf{x}})^c = [\check{x}_1^*, \check{x}_2^*]^T$ (conjugué, non transposé) est un vecteur différence.
- ii. $(\check{\mathbf{x}})^d = [\check{x}_1^*, -\check{x}_2^*]^T$ est un vecteur différence.
- iii. $(\check{\mathbf{x}})^e = [\check{x}_2, \check{x}_1]^T$ est un vecteur différence.

Nous pouvons commencer par limiter la recherche à $0 \leq \varphi \leq \pi$, car en remplaçant φ par $-\varphi$ le canal global $\mathbf{H}_g = \mathbf{H}_v \mathbf{F}_D$ devient \mathbf{H}_g^c (conjugué, non transposé). Nous avons :

$$\|\mathbf{H}_g^c \check{\mathbf{x}}\| = \|\mathbf{H}_g (\check{\mathbf{x}})^c\| \tag{C.1}$$

En utilisant la propriété (i) il est évident que $\check{\mathbf{x}}^c$ est obligatoirement testé, et donc il est inutile de regarder

$-\varphi$ lorsque φ a déjà été testé.

Il est même possible de restreindre la recherche à $0 \leq \varphi \leq \pi/2$. En effet si φ est remplacé par $\pi - \varphi$, alors la matrice \mathbf{B}_φ devient (cf. (6.11)) :

$$\mathbf{B}_{\pi-\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -e^{-j\varphi} \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Comme nous pouvons écrire $\mathbf{B}_{\pi-\varphi}\check{\mathbf{x}} = \mathbf{B}_\varphi(\check{\mathbf{x}})^d$, en utilisant la propriété (ii) il est évident qu'il est inutile de tester $\pi - \varphi$ alors que φ est testé.

Pour l'angle θ le domaine de recherche peut se limiter jusqu'à $0 \leq \theta \leq \pi/4$. Pour le vérifier il suffit de remplacer l'angle θ par $\frac{\pi}{2} - \theta$, la matrice \mathbf{B}_θ devient :

$$\mathbf{B}_{\frac{\pi}{2}-\theta} = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

Nous avons alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\frac{\pi}{2}-\theta}\mathbf{B}_\varphi\check{\mathbf{x}} &= \begin{pmatrix} (\cos \theta) e^{i\varphi}\check{x}_2 + (\sin \theta)\check{x}_1 \\ (\sin \theta) e^{i\varphi}\check{x}_2 - (\cos \theta)\check{x}_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\varphi}\check{x}_2 \\ \check{x}_1 \end{pmatrix} \\ &= e^{i\varphi} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{B}_\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \check{x}_2 \\ \check{x}_1 \end{pmatrix} \\ &= e^{i\varphi} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{B}_\theta (\mathbf{B}_\varphi)^c (\check{\mathbf{x}})^e \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

$e^{i\varphi}$ et la matrice dont la diagonale est $[1, -1]$ n'ont pas d'influence sur les distances. Nous avons vu précédemment que remplacer \mathbf{B}_φ par $(\mathbf{B}_\varphi)^c$ revenait à remplacer φ par $-\varphi$ et n'avait pas d'influence sur la distance minimale. Donc, en utilisant la propriété (iii), nous pouvons dire qu'il est inutile de tester $\frac{\pi}{2} - \theta$ si θ est déjà testé.

Annexe D

Calcul formel du précodeur \mathbf{F}_{l1}

Dans cette partie nous allons calculer de façon exacte les angles φ et θ du précodeur \mathbf{F}_{l1} de la section 6.4.1.

D.1 Conditions du calcul

Commençons par rappeler l'équation 6.12 qui donne la forme générale des précodeurs du chapitre 6 :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{D}} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} (\cos \psi) (\cos \theta) & (\cos \psi) (\sin \theta) e^{j\varphi} \\ -(\sin \psi) (\sin \theta) & (\sin \psi) (\cos \theta) e^{j\varphi} \end{pmatrix}$$

avec $0 \leq \psi < \pi/2$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ et $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Comme le précodeur \mathbf{F}_{l1} n'utilise que le premier sous-canal sa seconde ligne est nulle, d'où $\psi = 0$. Le précodeur \mathbf{F}_{l1} s'écrit alors plus simplement :

$$\mathbf{F}_{l1} = \sqrt{p_0} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{j\varphi} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.1})$$

La figure D.1 rappelle la forme de la constellation sur le récepteur virtuel n° 1 pour les valeurs optimales des angles φ et θ . Comme la seconde ligne du précodeur est nulle aucun signal n'arrive sur le second récepteur virtuel. Nous utilisons les notations suivantes sur la figure :

- À l'intérieur de chaque quadrant les quatre points définissent un cercle de rayon $r = \sqrt{\rho_1 p_0} \sin \theta$.
- Les centres de ces quatre cercles sont notés C_1, C_2, C_3 et C_4 .
- Les quatre centres $C_1 \dots C_4$ définissent un cercle de rayon $R = \sqrt{\rho_1 p_0} \cos \theta$.
- Les points E, F, H et G forment un carré de côté $\sqrt{2} r = \sqrt{2} \sqrt{\rho_1 p_0} \sin \theta$.
- Les quatre centres $C_1 \dots C_4$ forment un carré de côté $\sqrt{2} R = \sqrt{2} \sqrt{\rho_1 p_0} \cos \theta$.

La figure D.2 est un zoom de la constellation afin de mieux voir les points qui vont nous aider pour le calcul.

L'angle φ détermine la rotation, par rapport à une constellation MAQ-16, des groupes de quatre points à l'intérieur de chaque quadrant (points E, F, H et G par exemple). Cet angle se retrouve en plusieurs endroits de la figure, en particulier $\widehat{BFE} = \varphi$.

Si l'on fait le rapport entre les rayons des cercles, nous obtenons $\tan \theta = \frac{r}{R}$. Ceci revient à dire que l'angle θ intervient dans la forme de la constellation en imposant le rapport entre les rayons des cercles, et donc en éloignant plus ou moins les quatres groupes de points du centre de la figure.

Lorsque la distance minimale est optimisée, l'angle φ est tel que $\|\overrightarrow{BG}\| = \|\overrightarrow{BE}\|$. Toute autre valeur pour φ va diminuer une de ces deux distances, et donc réduire la distance minimale.

De plus, pour maximiser \mathcal{D}_{min} , il faut aussi que $\|\overrightarrow{BE}\| = \|\overrightarrow{EG}\|$. Cette dernière égalité fait intervenir indirectement les rayons r et R des cercles, ce qui permet de déterminer l'angle θ en utilisant $\tan \theta = \frac{r}{R}$.

L'égalité des distances $\|\overrightarrow{BG}\| = \|\overrightarrow{BE}\| = \|\overrightarrow{EG}\|$ est une condition nécessaire pour maximiser \mathcal{D}_{min} . Les symétries de la figure font que ces distances se retrouvent partout sur la constellation, et leur égalité est aussi une condition suffisante pour maximiser \mathcal{D}_{min} . Pour trouver les angles θ et φ optimaux, il suffit donc que $\|\overrightarrow{BG}\| = \|\overrightarrow{BE}\| = \|\overrightarrow{EG}\|$, c'est à dire que le triangle (BEG) soit équilatéral.

D.2 Calcul de φ

Le calcul de φ peut se faire en quelques étapes élémentaires :

- Par principe $\overrightarrow{C_1B} = \overrightarrow{C_2F}$, ce qui entraîne $\overrightarrow{C_1C_2} = \overrightarrow{BF}$.
- L'angle φ déterminant la rotation des points E, F, G et H autour de C_2 , nous avons $\widehat{BFE} = \varphi$.
- Le triangle (FEB) est isocèle, donc $\widehat{EBF} = \widehat{BFE} = \varphi$.
- Les points E, F, H et G forment un carré, donc $\widehat{FEG} = 90^\circ$. (BEG) est un triangle équilatéral, d'où $\widehat{GEB} = 60^\circ$. Au total $\widehat{FEB} = 150^\circ$.
- La somme des angles du triangle (FEB) donne : $\varphi + 150 + \varphi = 180$, soit :

$$\varphi = 15^\circ \tag{D.2}$$

D.3 Calcul de θ

Le calcul de θ est encore plus rapide :

- Nous avons vu que les quatre centres C_i forment un carré de côté $\sqrt{2}R$, donc $\|\overrightarrow{C_1C_2}\| = \sqrt{2}R$.
- Le triangle (FEB) étant isocèle $\|\overrightarrow{FB}\| = 2 \cos \varphi \|\overrightarrow{FE}\| = 2 \cos \varphi \sqrt{2} r$.
- Comme $\overrightarrow{C_1C_2} = \overrightarrow{BF}$ alors $\sqrt{2}R = 2 \cos \varphi \sqrt{2} r$, nous avons donc :

$$\tan \theta = \frac{r}{R} = \frac{1}{2 \cos \varphi} \tag{D.3}$$

soit

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{3}}{6}} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{3}}{6}} \quad (\text{D.4})$$

ou encore :

$$\theta \simeq 27.37^\circ \quad (\text{D.5})$$

Bibliographie

- [1] G. J. FOSCHINI and M. J. GANS. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. volume 6, pages 311–335, March 1998.
- [2] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela. V-BLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. In *Proceedings of the URSI International Symposium on Signal, Systems and Electronics (ISSSE)*, pages 295–300, Pisa, Italy, September 29 - October 2 1998.
- [3] H. BÖLCSKEI and A. J. PAULRAJ. *The Communications Handbook*, chapter Multiple-Input Multiple Output (MIMO) Wireless Systems. CRC Press, 2001.
- [4] B. LE FLOCH, M. ALARD, and C. BERROU. Coded orthogonal frequency division multiplex. In *IEEE Proceedings*, volume 83, pages 982–996, 1995.
- [5] O. BERDER, C. BOUDER, and G. BUREL. Identification of frequency hopping communications. In *Proceedings of WSEAS Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC)*, pages 3851–3856, Vouliagmeni, Greece, July 2000.
- [6] G. BUREL, C. BOUDER, and O. BERDER. Detection of direct sequence spread spectrum transmissions without prior knowledge. In *Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, volume 1, pages 236–239, San Antonio (TX), USA, November 2001.
- [7] G. J. FOSCHINI. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. *Bell Labs Technical Journal*, pages 41–57, Autumn 1996.
- [8] C. LAMY. *Communications à grande efficacité spectrale sur le canal à évanouissements*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure des télécommunications, spécialité : Électronique et Communications, Avril 2000.
- [9] K. CAVALEC-AMIS. *Optimisation des Turbo Codes pour les systèmes à grande efficacité spectrale*. PhD thesis, Université de Rennes 1, Département Signal et Communications, ENST Bretagne, Décembre 2001.
- [10] S. L. ARIYAVISITAKUL. Turbo-Space-Time Processing to Improve Wireless Channel Capacity. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 48, pages 1238–1242, Hyderabad, India, June 2000.

- [11] D. SHIU, G. J. FOSCHINI, M. J. GANS, and J. M. KAHN. Fading Correlation and Its Effect on the Capacity of Multielement Antenna Systems. In *IEEE Transactions on Communications*, volume 48, pages 502–513, March 2000.
- [12] M. STEGE, M. BRONZEL, and G. FETTWEIS. MIMO-Capacities for COST 259 Scenarios. In *Proc. of the International Zurich Seminar*, Zurich, Switzerland, February 2002.
- [13] M. STEGE, J. JELITTO, M. BRONZEL, and G. FETTWEIS. A Multiple Input - Multiple Output Channel Model for Simulation of Tx and Rx Diversity Wireless Systems. In *IEEE Proc. Vehicular Technology Conference (VTC-Fall'00)*, Boston, MA, September 2000.
- [14] H. BÖLCSKEI, D. GESBERT, and A. J. PAULRAJ. On the capacity of OFDM-based multi-antenna systems. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Istanbul, Turkey, June 2000.
- [15] M. A. KHALIGHI, J. M. BROSSIER, G. JOURDAIN, and K. RAOOF. Water filling capacity of Rayleigh MIMO channels. In *Proceedings of the IEEE Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, San Diego (CA), USA, September 30 - October 3 2001.
- [16] J.H. WINTERS. On the capacity of radio communication systems with diversity in a Rayleigh fading environment. In *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 5, pages 871–878, June 1987.
- [17] I. E. TELATAR. Capacity of multi-antenna gaussian channels. In *European Transactions on Telecommunications*, volume 10, pages 585–595, 1999.
- [18] P. F. DRIESSEN and G. J. FOSCHINI. On the Capacity Formula for Multiple Input-Multiple Output Wireless Channels: A Geometric Interpretation. In *IEEE Transactions on Communications*, volume 47, pages 173–176, February 1999.
- [19] F. BOIXADERA and J. BOUTROS. Capacity considerations for wireless multiple-input multiple-output channels. In *Workshop on Multiaccess, Mobility and Teletraffic for Wireless Communications*, volume 4, Venice, Italy, October 1999.
- [20] J. G. PROAKIS. *Digital Communications*. Electrical and Computer Engineering. McGraw-Hill, third edition, 1995.
- [21] M. STOJANOVIC and Z. ZVONAR. Multichannel processing of broadband multiuser communication signals in shallow water acoustic channels. In *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, volume 21, pages 156–166, 1996.
- [22] G. D. GOLDEN, C. J. FOSCHINI, R. A. VALENZUELA, and P. W. WOLNIANSKY. Detection algorithm and initial laboratory results using V-BLAST space-time communication architecture. In *Electronic Letters*, volume 35, pages 14–15, January 1999.
- [23] Loïc BRUNEL. *Algorithmes de décodage de canal pour l'accès multiple à étalement de spectre*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, Décembre 1999.

- [24] M. O. DAMEN, K. ABED-MERAÏM, and J. C. BELFIORE. A Generalized Sphere Decoder for Asymmetrical Space-Time Communication Architecture. In *IEE Electronic Letters*, volume 36, January 2000.
- [25] M. O. DAMEN, A. CHKEIF, and J. C. BELFIORE. Lattice Code Decoder for Space-Time Codes. In *IEEE Communications Letters*, volume 4, pages 166–169, May 2000.
- [26] H. SAMPATH, S. TALWAR, V. ERCEG, and A. PAULRAJ. A Fourth-Generation MIMO-OFDM Broadband Wireless System: Design, Performance, and Field Trial Results. In *IEEE Communications Magazine*, volume 40, pages 143–149, September 2002.
- [27] O. BERDER, L. COLLIN, G. BUREL, and P. ROSTAING. Digital transmission combining BLAST and OFDM concepts: experimentation on the UHF COST 207 channel. In *Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, volume 1, pages 141–145, San Antonio (TX), USA, November 2001.
- [28] H. SAMPATH, P. STOICA, and A. PAULRAJ. Generalized Linear Precoder and Decoder Design for MIMO Channels Using the Weighted MMSE Criterion. In *IEEE Transactions on Communications*, volume 49, pages 2198–2206, December 2001.
- [29] Y. G. LI, J. CHUANG, and N. R. SOLLENBERGER. Transmitter diversity for OFDM systems and its impact on high-rate data wireless networks. In *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 17, pages 1233–1243, July 1999.
- [30] H. BÖLCSKEI, D. GESBERT, and A. J. PAULRAJ. On the Capacity of OFDM-based Spatial Multiplexing Systems. In *IEEE Transactions on Communications*, volume 50, pages 225–234, February 2002.
- [31] M. B. PORTER and H. P. BUCKER. Gaussian beam tracing for computing ocean acoustic fields. In *J. Acous. Soc. Amer.*, volume 82, pages 1349–1359, 1987.
- [32] Walter AKMOUCHE. *Étude et caractérisation des modulations multiporteuses OFDM*. PhD thesis, Université de Bretagne Occidentale, 2000.
- [33] S. COATÉLAN and A. GLAVIEUX. Conception et évaluation d'un système OFDM sur le canal acoustique sous-marins par petits fonds. In *Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, volume 1, pages 249–252, Septembre 95.
- [34] N. J. FLIEGE and T. WIEGAND. Equalizers for transmultiplexers in orthogonal multiple carriers data transmission. In *Annals of Telecommunications*, volume 52, pages 39–45, January-February 1997.
- [35] B. MUQUET, P. MAGNIEZ, P. DUHAMEL, M. DE COURVILLE, and G.B. GIANNAKIS. Turbo Demodulation of Zero-Padded OFDM Transmissions. In *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Monterey, CA, USA, October 2000.
- [36] S. COATÉLAN. *Conception et évaluation d'un système de transmission sur canal acoustique sous-marin horizontal petits fonds*. PhD thesis, Spécialité Électronique, Université de Bretagne Occidentale, 1996.

- [37] H. BÖLCSKEI, R. W. HEATH Jr., and A. J. PAULRAJ. Blind Channel Identification and Equalization in OFDM-Based Multi-Antenna Systems. submitted to *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000.
- [38] T.-L. TUNG and K. YAO. Channel Estimation and Optimal Power Allocation for a Multiple-Antenna OFDM System. In *EURASIP journal on Applied Signal Processing*, volume 3, pages 330–339, March 2002.
- [39] D. JOURDAIN. *Caractérisation expérimentale du canal sous-marin petit fond pour la transmission acoustique horizontale*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Juin 1996.
- [40] W. S. HODGISS, H. C. SONG, W.A. KUPERMAN, T. AKAL, C. FERLA, and D. R. JACKSON. A Long-Range and Variable Focus Phase-Conjugaison Experiment in Shallow Water. In *J. Acous. Soc. Am.*, volume 105, pages 1597–1604, March 1999.
- [41] A. SILVA, S. JESUS, J. GOMES, and V. BARROSO. Underwater Acoustic Communication using a "Virtual" Electronic Time-Reversal Mirror Approach. In *Proceedings of the Fifth European Conference on Underwater Acoustics*, volume 1, pages 531–536, July 2000.
- [42] S. BONNIFAY. Modélisation de la propagation en acoustique sous-marine : application à l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal. Technical report, Groupe de Traitement du Signal. École Navale, 1999.
- [43] K. S. SHANMUNGAN and P. BALABAN. A Modified Monte-Carlo Simulation Technique for the Evaluation of Error Rate in Digital Communication Systems. In *IEEE Transactions on Communications*, volume 28, pages 1916–1924, November 1980.
- [44] L. COLLIN, P. ROSTAING, O. BERDER, and G. BUREL. Application de l'estimateur de Julier et Uhlmann à l'évaluation rapide du Taux Erreur Bit dans un système de transmission MIMO/OFDM. In *Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, volume 1, pages 133–136, Septembre 2001.
- [45] S. J. JULIER, J. K. UHLMANN, and H. F. DURRANT-WHYTE. A New Approach for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Linear Filters. In *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996.
- [46] S. J. JULIER. *Process Models for the Navigation of High-Speed Land Vehicles*. PhD thesis, Robotics Research Group, Dept. of Engineering Science, University of Oxford, 1997.
- [47] L. COLLIN, S. AZOU, K. YAO, and G. BUREL. On spatial uncertainty in a surface long baseline positioning system. In *Fifth European Conference on Underwater Acoustics, ECUA 2000*, volume 1, pages 607–612, Lyon, France, July 2000.
- [48] S. AZOU and G. BUREL. Design of a demodulator in a chaos-based spread spectrum communication system using dual Unscented Kalman Filters. In *IEEE Communications 2002*, Bucharest, Romania, December 2002.

- [49] S. J. JULIER and J. K. ULMANN. A consistent, unbiased method for converting between polar and cartesian coordinate systems. *Conf.*, The 11th Int. Symp. On Aerospace/Def. Sensing, Sim. And Contr., 1997.
- [50] E. A. WAN, R. VAN DER MERWE, and A. T. NELSON. *Dual Estimation and the Unscented Transformation*, pages 666–672. Number 12 in Electrical and Computer Engineering, MIT Press. S. Solla and T. Leen and K.-R. Müller, 2000.
- [51] S. MARCOS and R. AMARA. Egalisation de canaux de transmission à l'aide de filtres de Kalman fonctionnant en parallèle. In *Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, pages 1097–1100, Septembre 2001.
- [52] N. J. GORDON, D. J. SMITH, and A. F. M. SMITH. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. In *IEE Proceedings*, volume 2 Part. F, 1993.
- [53] P. DEL MORAL, J.-C. NOYER, G. RIGAL, and G. SALUT. Résolution particulière et traitement non-linéaire du signal : Applications RADAR/SONAR. In *Traitement du Signal*, volume 12, pages 287–301, 1995.
- [54] A. MONIN, G. SALUT, and V. TEULIÈRE. Trajectographie passive sonar par estimation particulière à maximum de vraisemblance. In *Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, pages 705–708, Septembre 1999.
- [55] R. VAN DER MERWE, A. DOUCET, N. DE FREITAS, and E. WAN. The Unscented Particle Filter. *Technical Report*, Dept. of Engineering, University of Cambridge(CUED/F-INFENG/TR 380), August 2000.
- [56] Y. BAR SHALOM and T. FORTMANN. *Tracking and Data Association*. The Academic Press, 1988.
- [57] D. LERRO and Y. BAR SHALOM. Tracking with unbiased consistent converted measurements versus EKF. In *IEEE Transactions on Aeronautic and Electronics Systems*, volume 29, pages 1015–1022, 1993.
- [58] S. J. JULIER and J. K. ULMANN. A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions. WWW, <http://www.robots.ox.ac.uk/~siju>, Robot. Research Group, Dep. Eng. Sci. Univ. Oxford, November 1996.
- [59] J. C. CLARKE. Modelling uncertainty: A primer. In *Tutorial of Department of Eng. Science*, pages 1–21, Oxford University, 1992.
- [60] L. COLLIN, P. ROSTAING, O. BERDER, and G. BUREL. A fast ML-Based receiver for MIMO Rician fading channel. In *IEEE International Conference Communications 2002*, pages 154–159, Bucharest, Romania, December 2002.
- [61] M. GODAVARTI, A. O. HERO, and T. L. MARZETTA. Min-capacity of a multiple-antenna wireless channel in a static rician fading environment. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*, page 57, 2001.

- [62] M. GODAVARTI, T. L. MARZETTA, and S. S. SHITZ. Capacity of a mobile multiple-antenna wireless link with isotropically random rician fading. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*, page 323, 2001.
- [63] S. CATREUX, V. ERCEG, D. GESBERT, and R. W. HEATH Jr. Adaptive Modulation and MIMO Coding for Broadband Wireless Data Networks. In *IEEE Communications Magazine*, volume 40, pages 108–115, June 2002.
- [64] V. TAROKH, H. JAFARKHANI, and A. R. CALDERBANK. Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs. In *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 45, pages 1456–1467, July 1999.
- [65] A. S. Y. POON, D. N. C. TSE, and R. W. BRODERSEN. An Adaptive Multi-Antenna Transceiver for Slowly Flat Fading Channels. In *IEEE Transactions on Communications*, submitted in March 2000.
- [66] D. GORE, R. NABAR, and A. PAULRAJ. Selecting an optimal set of transmit antennas for a low rank matrix channel. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Istanbul, Turkey, June 2000.
- [67] S. BARBAROSSA and A. SCAGLIONE. Theoretical bounds on the estimation and prediction of multipath time-varying channels. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Istanbul, Turkey, June 2000.
- [68] O. BERDER, P. ROSTAING, L. COLLIN, and G. BUREL. Minimum BER diagonal precoder for MIMO systems. In *IEEE International Conference Communications 2002*, pages 160–165, Bucharest, Romania, December 2002.
- [69] O. BERDER, P. ROSTAING, G. BUREL, and L. COLLIN. Diagonal precoders for MIMO systems using eigen sub-channels representation. *submitted to Digital Signal Processing*, February 2002.
- [70] A. SCAGLIONE, P. STOICA, S. BARBAROSSA, G. B. GIANNAKIS, and H. SAMPATH. Optimal Designs for Space-Time Linear Precoders and Decoders. In *IEEE Transactions on Signal Processing*, volume 50, pages 1051–1064, May 2002.
- [71] P. ROSTAING, O. BERDER, G. BUREL, and L. COLLIN. Minimum BER Diagonal Precoder for MIMO Digital Transmissions. In *Signal Processing*, volume 82, pages 1477–1480, October 2002.
- [72] H. SAMPATH and A. PAULRAJ. Joint Transmit and Receive Optimisation for High Data Rate Wireless Communication Using Multiple Antennas. In *Proceedings of Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, volume 1, pages 215–219, Pacific Grove (CA), USA, 1999.
- [73] H. SAMPATH, P. STOICA, and A. PAULRAJ. Optimum Precoder and Equalizer Designs for Fixed Rate MIMO systems. In *2000 IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS 2000)*, pages 823–828, Honolulu, Hawaii, November 2000.
- [74] R. M. CORLESS, G. H. GONNET, D. E. G. HARE, D. J. JEFFREY, and D. E. KNUTH. On the Lambert W Function. In *Advances in Computational Mathematics*, volume 5, pages 329–359, 1996.

-
- [75] R. W. HEATH Jr., S. SANDHU, and A. PAULRAJ. Antenna Selection for Spatial Multiplexing Systems with Linear Receivers. In *IEEE Communications Letters*, volume 5, pages 142–144, April 2001.
- [76] R. W. HEATH Jr. and A. PAULRAJ. Antenna selection for spatial multiplexing systems based on minimum error rate. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 7, pages 2276–2280, Helsinki, Finland, June 11-15 2001.
- [77] L. COLLIN, O. BERDER, P. ROSTAING, and G. BUREL. Soft vs. Hard Antenna Selection Based on Minimum Distance Criterion for MIMO Systems. In *Proceedings of IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, volume 2, pages 1369–1373, Pacific Grove (CA), USA, November 3-6 2002.

Liste de publications

PUBLICATIONS INTERNATIONALES DANS DES REVUES À COMITÉ DE LECTURE

- P. ROSTAING, O. BERDER, G. BUREL and **L. COLLIN**, Minimum BER Diagonal Precoder for MIMO Digital Transmissions, In *Signal Processing*, volume 82, pages 1477-1480, October 2002.

COMMUNICATIONS INTERNATIONALES AVEC COMITÉ DE LECTURE

- **L. COLLIN**, O. BERDER, P. ROSTAING et G. BUREL, Soft vs. Hard Antenna Selection Based on Minimum Distance Criterion for MIMO systems, In *Proceedings of IEEE Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers*, volume 2, pages 1369-1373, Pacific Grove (CA), USA, November 3-6 2002.
- **L. COLLIN**, P. ROSTAING, O. BERDER et G. BUREL, A Fast ML-Based receiver for MIMO Rician Fading Channel, In *IEEE International Conference Communications 2002*, pages 154-159, Bucharest, Romania, December 2002.
- O. BERDER, P. ROSTAING, **L. COLLIN** et G. BUREL, Minimum BER Diagonal Precoder for MIMO Systems, In *IEEE International Conference Communications 2002*, pages 160-165, Bucharest, Romania, December 2002.
- O. BERDER, **L. COLLIN**, G. BUREL et P. ROSTAING, Digital Transmission Combining BLAST and OFDM Concepts: Experimentation on the UHF COST 207 Channel, In *Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, volume 1, pages 141-151, San Antonio (TX), USA, November 2001.
- **L. COLLIN**, S. AZOU, K. YAO et G. BUREL, On spatial uncertainty in a surface long baseline positioning system, In *Proceedings of Fifth European Conference On Underwater Acoustics, ECUA 2000*, volume 1, pages 607-612, Lyon, France, July 2000.

COMMUNICATIONS NATIONALES

- **L. COLLIN**, P. ROSTAING, O. BERDER et G. BUREL, Application de l'estimateur de Julier et Uhlmann à l'évaluation rapide du Taux Erreur Bit dans un système de transmission MIMO/OFDM, In *Colloque sur le Traitement du signal et des Images (GRETSI)*, volume 1, pages 133-136, Toulouse, France, September 2001.

- **L. COLLIN**, S. AZOU, K. YAO et G. BUREL, Base longue de surface et filtrage non-linéaire pour une localisation sous-marine précise, *Actes de la Réunion des Théoriciens des Circuits de Langue Française*, Metz, France, October 1999.

ARTICLES SOUMIS DANS DES REVUES À COMITÉ DE LECTURE

- **L. COLLIN**, O. BERDER, P.ROSTAING et G. BUREL, Optimal Minimum Distance Based Precoder for MIMO Spatial Multiplexing Systems, *IEEE Transactions on Signal Processing, Special Issues on Signal Processing for MIMO Wireless Communication Systems*, submitted in December 2002.
- O. BERDER, **L. COLLIN**, P. ROSTAING et G. BUREL, Diagonal precoders for MIMO systems using eigen sub-channels representation, *Digital Signal Processing*, submitted in February 2002.

Résumé

Les systèmes de transmission numériques à entrées multiples et sorties multiples (MIMO) sont de plus en plus étudiés du fait de leur très bonne efficacité spectrale sur des canaux riches en diffuseurs, tels que ceux des réseaux locaux sans fil ou des communications mobiles urbaines sans fil. Dans cette thèse, pour évaluer rapidement et efficacement le taux d'erreur binaire (TEB) des communications MIMO, nous proposons d'utiliser la méthode du second ordre de l'Unscented Transformation. La transformation non-linéaire réalisée par le récepteur MIMO est appliquée à la méthode Unscented afin d'obtenir une estimation performante du TEB. Ensuite, nous proposons un récepteur rapide basé sur le maximum de vraisemblance (BMV) pour un canal MIMO de Rice. L'idée de base est d'utiliser la structure du canal de Rice pour significativement réduire la recherche du vecteur de symboles optimum par le critère du MV.

Dans de nombreuses applications sans fil un lien de retour peut exister, et une connaissance de l'état du canal (CSI) peut être disponible à l'émetteur. La question est alors de savoir comment tirer profit de cette information pour optimiser globalement le système de transmission. En utilisant le point de vue du MV, nous introduisons une représentation diagonale rapide et simple pour les systèmes MIMO, et proposons un nouveau précodeur diagonal qui minimise le TEB.

Pour terminer, nous proposons deux précodeurs non-diagonaux, basés sur l'optimisation de la distance euclidienne minimale. Des comparaisons sont effectuées avec des précodeurs connus, tels que le Water-Filling (WF), le minimum de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) et la maximisation de la valeur singulière minimale de la matrice du canal global, pour illustrer l'importante amélioration du TEB due à nos précodeurs.

Abstract

Multi-Input Multi-Output (MIMO) digital transmission systems currently retain more and more attention due to the very high spectral efficiencies they can achieve over rich scattering transmission channels, such as wireless local area networks (WLAN) or urban mobile wireless communications. In this thesis, in order to evaluate the Bit Error Rate (BER) of MIMO communications, we propose to use the second-order Unscented Transformation method. The non-linear transformation realized by the MIMO receiver is applied to the Unscented method to obtain an efficient BER estimation. Next, we propose a fast Maximum Likelihood Based (MLB) decoder for a MIMO Rician fading channel. The basic idea is to use the Rician channel structure to significantly reduce the search of the optimum vector of symbols by the ML criterion.

In many wireless applications feedback does exist and Channel State Information (CSI) can be made available at the transmitter. The question, then, is how to take profit of this information to globally optimize the transmission system. Using an ML point of view, we introduce a fast and simple diagonal representation for MIMO systems, and then we propose a new diagonal precoder which minimizes the BER.

Lastly, we propose two new non-diagonal precoders, based on the optimization of the minimum euclidean distance. Comparisons to other known precoders, such as Water-Filling (WF), Minimum Mean Square Error (MMSE) and maximization of the minimum singular value of the global channel matrix, are performed to illustrate the significant BER improvement of the proposed precoders.