

Ecole Doctorale

Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le mercredi 27 octobre 2021 à 10h

au Pôle Numérique Brest Bouguen (PN2B), 6 rue du Bouguen, Brest.

Monsieur VENTURA JADE

soutiendra une thèse de doctorat sur le sujet suivant :

" Biconformal deformation and solutions to the Einstein equation ".

Le jury sera ainsi composé :

- **M. BAIRD PAUL, Professeur des universités**

Univ. de Bretagne Occidentale - BREST

- **M. GICQUAUD ROMAIN, Maître de conférences**

Université de Tours - TOURS

- **M. NICOLAS JEAN-PHILIPPE, Professeur des universités**

Univ. de Bretagne Occidentale - BREST

- **M. VALIENTE-KROON JUAN, Reader**

University of London, Queen Mary - LONDON E1 4NS - ROYAUME-UNI

- **MME VILLE MARINA, Chargée de recherche**

Université de Tours - TOURS

A BREST, le 18 octobre 2021

Le Président de l'Université de
Bretagne Occidentale,



M. GALLOU

Titre : Déformation Biconforme et Solutions à l'Équation d'Einstein

Mots clés : Équation d'Einstein, variété d'Einstein, déformation biconforme, application semi-conforme, feuilletage conforme

Résumé : Ce travail se situe dans le domaine de la géométrie lorentzienne et riemannienne en dimension 4 avec objectif la résolution de l'équation d'Einstein par une méthode novatrice de déformation biconforme. Cette méthode consiste à prendre un modèle espace-temps de base, par exemple l'espace-temps de Minkowski ou un modèle cosmologique Friedmann-Robertson-Walker (FRW), muni d'un feuilletage conforme par des surfaces lorentziennes, et de déformer la métrique par des facteurs σ et ρ normal et tangent respectivement au feuilletage. Bien évidemment, si $\sigma=\rho$, il s'agit d'une déformation conforme. Il s'avère que les déformations biconformes sont optimales pour contrôler la courbure de Ricci ; conforme étant plus adapté à la courbure scalaire (le problème de Yamabe). La méthode s'adapte au cadre riemannien, cette fois-ci en prenant une variété riemannienne de dimension 4 munie d'un feuilletage conforme par des surfaces.

Parmi les résultats significatifs de cette thèse, on trouve une caractérisation des solutions à l'équation d'Einstein par déformation biconforme de la métrique de Minkowski avec un champ électromagnétique, avec le champ d'un fluide parfait, ou sans champ. Des exemples concrets sont construits. La notion de « condition de Hubble » est introduite afin de donner des critères physiques pour des déformations biconformes réalistes des modèles FRW. Dans le cadre riemannien, on trouve la construction d'une famille de métriques complètes d'Einstein avec « bouts » l'espace euclidien de dimension 2.

Title : Biconformal Deformation and Solutions to the Einstein Equation

Keywords : Einstein equation, Einstein manifold, biconformal deformation, semi-conformal map, conformal foliation

Abstract : This work lies in the domain of Lorentzian and Riemannian geometry in dimension 4 with the aim of solving the Einstein equation by a novel method of biconformal deformation. This method consists of taking a base spacetime model, such as Minkowski spacetime or a Friedmann-Robertson-Walker (FRW) cosmological model, endowed with a conformal foliation by Lorentzian surfaces, and deforming the metric by factors σ and ρ normal and tangent respectively to the foliation. Evidently, if $\sigma=\rho$, then the deformation is conformal. It turns out that biconformal deformations are optimal in controlling the Ricci curvature; conformal being better adapted for the scalar curvature (the Yamabe problem). The method adapts to the Riemannian context, now by taking a 4-dimensional Riemannian manifold endowed with a conformal foliation by surfaces.

Among the significant results of this thesis, one finds a characterization of solutions to the Einstein equation by biconformal deformation of the Minkowski metric with an electromagnetic field, with the field of a perfect fluid, or without a field. Concrete examples are constructed. The notion of "Hubble condition" is introduced in order to give physical criteria for realistic biconformal deformations of FRW models. In the Riemannian context, one finds the construction of a family of complete Einstein metrics with "ends" 2-dimensional Euclidean space.