LES LIMITES

Extrait du programme officiel

Limites de suites et de fonctions

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Rappel de la définition de la limite d'une suite. Extension à la limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$ *ou* $-\infty$.	*Pour exprimer que* $f(x)$ *tend vers* L *quand* x *tend vers* ∞, *on dira que : "tout intervalle ouvert contenant* L *contient toutes les valeurs* $f(x)$ *pour* x *assez grand."*	*Il s'agit de prolonger le travail fait en première sur les suites. L'expression "pour x assez grand" est l'analogue pour les fonctions de l'expression "à partir d'un certain rang" utilisée pour les suites.*
Notion de limite finie ou infinie d'une fonction en un réel a.	*On montrera qu'une suite croissante non majorée tend vers l'infini. On reverra à cette occasion la notion d'asymptote oblique, en se limitant aux fonctions se mettant sous la forme* $ax+b+h(x)$, *où* h *tend vers 0 à l'infini. On montrera sur des exemples que l'étude sur calculatrice ou au tableur d'une suite ou d'une fonction permet de conjecturer des limites qui devront ensuite être justifiées.*	*Pour les limites en un réel a, aucune définition n'est exigée : on reprendra l'approche intuitive adoptée en classe*
Théorème "des gendarmes" pour les fonctions.	*On démontrera ce théorème lorsque la variable tend vers l'infini. On étendra ce théorème au cas des limites infinies.*	
Limites de la somme, du produit, du quotient de deux suites ou de deux fonctions ; limite de la composée de deux fonctions, de la composée d'une suite et d'une fonction.	*On complétera les résultats énoncés en classe de première ; on se bornera à une justification intuitive (calculatoire ou graphique).*	*Ces propriétés seront appliquées comme règles opératoires.*

Bilan du questionnaire sur les limites

Le bilan résulte de l'étude de 16 réponses.

Séquences d'enseignement :

75% des collègues interrogés définissent d'abord la limite de fonction puis la limite de suite est vue dans un deuxième temps. Ce choix est dicté par le fait que les élèves appréhendent plus facilement les limites de fonctions (en s'appuyant sur la visualisation des graphiques) et les résultats obtenus sur les fonctions peuvent être exploités dans l'étude des limites de suites.

Limite de suites :

Les définitions de limite de suite données aux élèves sont variées :

- Dans 15 % des réponses la définition proposée est « Pour tout ε positif, il existe N tel que $n > N$ entraine $d(U_n, L) < \varepsilon$.
- Dans 30% des réponses la définition est empirique « A partir d'un certain rang les termes de la suite se rapprochent de L »

– Dans 55 % des réponses la définition est celle proposée dans le programme de Première : « Une suite (Un) converge vers L lorsque tout intervalle ouvert contenant L contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.

Pour 85 % des collègues, la définition est illustrée par un graphique souvent par le biais d'un grapheur.

50% des enseignants questionnés attendent de leurs élèves qu'ils soient capables de citer la définition par eux même. 25% d'entre eux attendent que les élèves utilisent la définition pour étudier la convergence de la suite $\frac{1}{n}$. Pour tous les enseignants interrogés, leurs élèves voient la preuve de l'unicité de la limite en cours mais ils n'ont pas à redémontrer ce résultat de manière autonome.

Limite de fonctions :

Les collègues interrogés adaptent la définition de la limite d'une suite qu'ils ont choisi au cas des limites de fonctions.

Tous les collègues interrogés utilisent la limite de f en $+\infty$ pour étudier la limite de certaines suites $(f(n))$.

Les collègues donnent une définition de la limite d'une fonction en un réel a en général assez rapidement ou de manière intuitive pour pouvoir l'exploiter (continuité par exemple).

Durée de l'enseignement :

Les enseignants, traitant les limites dans différents chapitres, peuvent difficilement évaluer le temps consacré à la notion elle même.

Bilan des acquis :

Les différents niveaux d'acquisition des objectifs cités dans le questionnaire sont répartis selon le tableau :

	objectifs	**a**	**ca**	**na**	**NSP**
1	Usage d'un tableur pour étudier une limite de fonction	2	9	4	1
2	Mettre en relation un encadrement théorique et un résultat expérimental	1	3	7	5
3	Gérer une approximation par dichotomie de manière autonome	8	4	4	0
4	Lever une indétermination de fonction rationnelle	14	1	0	1
5	Lever une indétermination à l'aide de quantité conjuguée	5	10	1	0

Analyse du tableau :

Seul l'objectif de *lever une indétermination de fonction rationnelle* est acquis par un élève moyen dans la majorité des classes de Terminale.

Les exercices-type proposés au lycée

Les enseignants posent peu d'exercices type *Restitution Organisée de Connaissance* portant sur les limites. Les exercices posés portent sur le théorème des gendarmes,les suites adjacentes ou sont extraits d'annales de baccalauréat.

Commentaires des collègues sur ce chapitre

Les commentaires des enseignants soulignent la difficulté d'enseigner la théorie des limites et précisent qu'ils favorisent une approche assez intuitive des limites conformément au programme.

Notes du groupe

Les élèves pratiquent régulièrement le calcul des limites (limites de polynôme, limites de fonction rationnelle...) durant leur année de Terminale. Les enseignants de 1ère année peuvent s'appuyer sur ces techniques de calcul de limites en les renforçant dans les calculs plus techniques (utilisation de la quantité conjuguée par exemple). Conformément au programme, les élèves de Terminale ont une pratique limitée des ε, aucune connaissance à ce sujet ne peut être exigée à l'entrée de l'université.