

TP 4: Variations d'une grandeur.(mars 2009)

Ce TP sera noté et devra être rédigé à la maison.

Prendre des notes lors de la partie expérimentale.

Enregistrer votre travail pour pouvoir compléter cette étude sur les ordinateurs du CDI.

Problème :

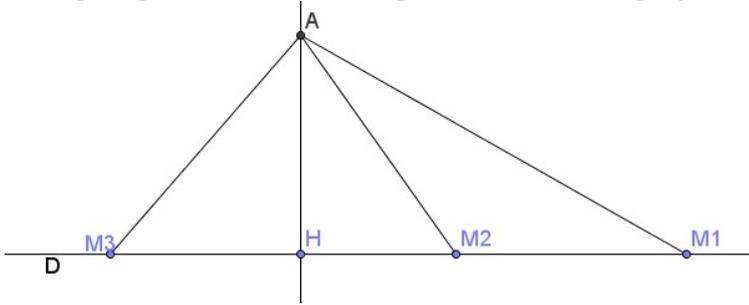
On se donne une droite D et un point A à 2cm de la droite D .

On construit deux points M et N sur la droite D de façon que le triangle MAN soit rectangle en A .

On se pose dans ce TP la question suivante : Comment varie la longueur MN lorsque le point M se déplace sur la droite D ?

Rappel : Soit D une droite et A un point n'appartenant pas à cette droite. La distance du point A à la droite D est la plus petite distance AM , M point décrivant la droite D .

Cette plus petite distance est égale à AH , avec H projeté orthogonal de A sur D .



Partie expérimentale.(avec le logiciel géogébra)

- Construire une droite D .
- Construire un point A à 2cm de cette droite D . Décrire cette construction.
- Placer un point M sur cette droite D .
- Construire un point N sur cette droite D tel que le triangle AMN soit rectangle en A . Décrire cette construction.
- A quelle condition sur M le point N existe-t-il ?
- Appeler le professeur.
- Créer le segment $[MN]$, vous pouvez le colorier en rouge par exemple.
- Lorsque M se déplace sur la droite D , comment varie cette longueur MN ? Vous pouvez lire la longueur MN dans la fenêtre d'algèbre, vous pouvez la renommer MN .
- Noter les variations de cette longueur. Quelles sont les positions du point M sur la droite D pour lesquelles la distance MN est minimale. Cette distance semble-t-elle admettre un maximum ? argumenter votre réponse ?
- Appeler le professeur.

Nous savons que les courbes permettent de visualiser les variations d'une grandeur. Il est possible de repérer à tout moment, la position du point M par rapport à un point fixe .

Lorsque nous faisons varier le point M sur la droite D , quels sont les points fixes ? Quels sont les points mobiles ? Choisir un point fixe .

Lorsque la distance du point M à ce point fixe varie, la distance MN varie. Nous allons chercher à visualiser la courbe représentant les valeurs de MN en fonction de la distance du point M au point fixe choisi.

Retour sur écran.

- Dans la fenêtre d'algèbre, noter l'étiquette de la distance entre le point M et le point fixe que vous avez choisi. Vous pouvez la renommer, par exemple avec le nom du segment.
- Afficher les axes et la grille.
- Créer le point P dont l'abscisse est égale la distance du point M au point fixe choisi et dont l'ordonnée égale à la longueur MN.
- Appeler le professeur.
- Déplacer le point M sur la droite D, P décrit alors la courbe représentative d'une fonction f.
- Activer la trace du point P.
- Vous pouvez ainsi visualiser à l'aide d'une courbe, et donc en fonction de la position de M sur la droite D. les variations de la grandeur MN en fonction de la distance du point M au point fixe.
- Préciser, si besoin, vos conjectures sur les variations de la grandeur MN.
- Appeler le professeur.

Suite, étude théorique, à faire sur feuille et à rendre le

Partie théorique : travail maison.

Deux points fixes sont possibles, A et H. Dans cette partie théorique, on choisit le point H.

On va donc exprimer MN en fonction de HM avec H projeté orthogonal de A sur la droite D.

On notera $HM = x$.

Si vous aviez choisi un autre point fixe, refaire le travail, et visualiser la courbe qui donne MN en fonction de HM. (il suffira de redéfinir l'abscisse du point P)

- 1) Démontrer que $MN = x + \frac{4}{x}$. On pose $MN = f(x) = x + \frac{4}{x}$.
- 2) Le point P décrit la courbe représentative de la fonction f.
Quel est l'ensemble de définition de cette fonction ?
- 3) Démontrer que $f(a) - f(b) = (a - b) \left(\frac{a+b-4}{ab} \right)$
- 4) En déduire que la fonction f est décroissante sur $]0 ; 2]$ et croissante sur $[2 ; +\infty [$
- 5) Démontrer que 4 est la valeur minimum que peut prendre MN.
- 6) A quel cas de figure correspond cette valeur minimum, c'est-à-dire quelle est la nature du triangle AMN ? Démontrer.

Pour aller plus loin. (facultatif)

- 7) Que se passe-t-il lorsque $x = HM$ se rapproche de 0 ? Donner une explication géométrique. Comment le visualisez-vous sur la courbe représentative de f ?
- 8) Lorsque x devient très grand, la courbe représentative de f semble se confondre avec une droite dont vous préciserez l'équation. Comment pouvez-vous l'expliquer géométriquement ?

Commentaires :

- *Cet exercice est tiré du livre « Collection Sigmath, éditions Hatier ». Avant que notre établissement soit équipé de salles informatiques, nous avons eu l'occasion de l'illustrer à l'aide d'un vidéoprojecteur et du logiciel Cabri.*
- *Ce texte a été modifié, en effet lors de la séance, de nombreuses précisions furent nécessaires, par exemple sur la distance d'un point à une droite.*
- *Les élèves avaient déjà utilisé le logiciel Géogebra, aussi la prise en main du logiciel ne posa pas de gros problèmes. La mention : « appeler le professeur » paraît importante afin de vérifier, voire corriger le travail de l'élève au fur et à mesure qu'il progresse dans le TP : ainsi certains élèves avaient placés le point N de façon approximative ce qui n'apparaît pas de façon toujours évidente.*
- *Choix du point fixe : deux possibilités A et H. Afin de ne pas influencer l'élève dans son choix, nous avons distribué le document concernant la partie théorique, une fois la partie expérimentale terminée et corrigée par le professeur. La majorité a choisi le point A.*
- *La partie théorique a été bien traitée par l'ensemble des élèves, évidemment il s'agissait d'un devoir maison, des indications ont été données pour l'étude des variations. (question 4). Quant aux questions facultatives, seuls quatre élèves ont tenté d'y répondre avec plus ou moins de succès, un élève a donné une réponse très pertinente à la question 8. (Ces questions sont plutôt du niveau de la classe de première)*