

TD: Positions relatives de deux courbes. Résolution d'inéquations.

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie pour tout réel par $f(x) = 2x^2 - 3x - 5$ et C_f sa courbe représentative.

- 1) A l'aide de votre calculatrice ou d'un logiciel (géogébra) représenter cette fonction. Déterminer graphiquement le signe de $f(x)$.
- 2) Vérifier que $f(x) = (2x - 5)(x + 1)$ et en déduire le tableau de signes de $f(x)$.

Exercice 2 :

Soit g la fonction définie pour tout réel par $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$ et C_g sa courbe représentative.

- 1) A l'aide de votre calculatrice ou d'un logiciel (géogébra) représenter cette fonction. Déterminer graphiquement le signe de $g(x)$.
- 2) Vérifier que $g(x) = -\frac{1}{2}(x+6)(x-2)$ et en déduire le tableau de signes de $g(x)$.

Exercice 3 :

Soit h la fonction définie pour tout réel par $h(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ et C sa courbe représentative.

- 1) A l'aide de votre calculatrice ou d'un logiciel (géogébra) représenter cette fonction. Déterminer graphiquement le signe de $h(x)$.
- 2) Déterminer algébriquement le tableau de signes de $h(x)$ et résoudre $h(x) > 0$, $h(x) < 0$.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et g la fonction affine définie par $g(x) = -4x + 3$.

- 1) Dans un même repère, représenter ces deux fonctions. Etudier graphiquement leur position relative, c'est-à-dire pour quelles valeurs de x la courbe de f est au dessus de celle de g , pour quelles valeurs de x la courbe de f est en dessous de celle de g .
- 2) On note d la fonction définie sur \mathbb{R} par $d(x) = f(x) - g(x)$.
 - a) Vérifier que $d(x) = (x-1)(x+2)$.
 - b) En déduire algébriquement la position des deux courbes.
 - c)

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 17/4$ et g la fonction définie par $g(x) = -x^2 + 2x + 5/4$.

- 1) Dans un même repère, représenter ces deux fonctions. Etudier graphiquement leur position relative, c'est-à-dire pour quelles valeurs de x la courbe de f est au dessus de celle de g , pour quelles valeurs de x la courbe de f est en dessous de celle de g .
- 2) On note d la fonction définie sur \mathbb{R} par $d(x) = f(x) - g(x)$.
 - a. Vérifier que $d(x) = (2x-1)(x-3)$
 - b. En déduire algébriquement la position des deux courbes.

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ et g la fonction affine définie par $g(x) = 3x - 2$

- 1) Dans un même repère, représenter ces deux fonctions. Etudier graphiquement leur position relative, c'est-à-dire pour quelles valeurs de x la courbe de f est au dessus de celle de g , pour quelles valeurs de x la courbe de f est en dessous de celle de g . Emettre des conjectures pour des valeurs approximatives.
- 2) On note d la fonction définie sur \mathbb{R} par $d(x) = f(x) - g(x)$.
 - a. Vérifier que $d(x) = \frac{(x-3)(1-3x)}{x-2}$
 - b. En déduire algébriquement la position des deux courbes.

Commentaires :

- Deux séances de modules ont été nécessaires pour traiter ces exercices. L'exercice 6 n'a été abordé que par quatre élèves plus rapides.
- Il est parfois difficile de lire graphiquement les positions relatives de deux courbes, en particulier lorsqu'une des courbes est une hyperbole (ex 3 et 6), mais également lorsque ces deux courbes sont des paraboles (ex 5). Les élèves ont utilisé de façon judicieuse le logiciel, en Zoomant, en redéfinissant les échelles sur les axes du repère. De leur propre initiative, quelques élèves ont tracé des droites parallèles à l'axe des ordonnées pour mieux comprendre l'allure d'une hyperbole, en particulier l'allure d'une telle courbe aux abords de son asymptote verticale.