



Ecole Doctorale
Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le vendredi 11 janvier 2019 à 11h

à l'UFR Sciences et Techniques, salle de visioconférence du département de mathématiques, bâtiment H,
6 avenue Victor Le Gorgeu, Brest

Monsieur HELALI AMINE

soutiendra une thèse de doctorat sur le sujet suivant :

" Vitesse de convergence de l'échantillonneur de Gibbs appliqué à des modèles de la physique statistique ".

Le jury sera ainsi composé :

- **M. DAMAK MONDHER, Professeur**
Université de Sfax - 3000 SFAX - TUNISIE
- **M. FRANKE BRICE, Professeur des universités**
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **M. LE NY ARNAUD, Professeur des universités**
Université Paris-Est Créteil - CRETEIL
- **M. LOWE MATTHIAS, Professeur**
Université de Münster - D-48149 MUNSTER - ALLEMAGNE
- **MME RAINER CATHERINE, Maître de conférences**
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **MME TORKI-HAMZA NABILA, Professeure**
ISIMA - 5111 MAHDIA - TUNISIE

A BREST, le 07 janvier 2019

Le Président de l'Université
de Bretagne Occidentale,



M. GALLOU

Résumé

Les méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov MCMC sont des outils mathématiques utilisées pour simuler des mesures de probabilités π définies sur des espaces de grandes dimensions. Le principe consiste à construire une chaîne de Markov P facile à simuler qui converge vers la mesure π . Une des questions les plus importantes dans ce contexte est de savoir à quelle vitesse converge la chaîne de Markov P vers la mesure invariante π .

Pour mesurer la vitesse de convergence de la chaîne de Markov P vers sa mesure invariante π certains auteurs utilisent la variance asymptotique alors que d'autres auteurs utilisent la distance de la variation totale. Il est bien connu que la vitesse de convergence d'une chaîne de Markov réversible P dépend de la deuxième plus grande valeur propre en valeur absolue de la matrice P notée β^* . Une partie importante dans l'estimation de β^* consiste à estimer la deuxième plus grande valeur propre de la matrice P , qui est notée β_1 . Diaconis et Stroock (1991) ont introduit une méthode basée sur l'inégalité de Poincaré pour estimer β_1 pour le cas général des chaînes de Markov réversibles avec un nombre fini d'état. Récemment Shiu et Chen (2015) ont réussi à obtenir une expression explicite de la borne de Diaconis et Stroock dans le cas d'un modèle d'Ising unidimensionnel avec deux états. Ce résultat améliore celui introduit par Ingrassia (1994) et il est considéré comme la meilleure borne existante dans la littérature pour ce modèle.

Dans le chapitre deux de cette thèse, nous utilisons la méthode de Shiu et Chen pour étudier le cas de l'algorithme de l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle d'Ising unidimensionnel avec trois états ou plus appelé aussi modèle de Potts. Puis, nous généralisons dans le troisième chapitre le résultat de Shiu et Chen au cas du modèle d'Ising deux-dimensionnel avec deux états. Notre méthode est basée sur une généralisation des techniques introduites par Shiu et Chen (2015). Les résultats obtenus minorent ceux introduits par Ingrassia (1994).

Dans le dernier chapitre de la thèse nous avons pensé à perturber l'échantillonneur de Gibbs afin d'améliorer sa vitesse de convergence vers l'équilibre. En partant de cette idée, nous avons réussi à améliorer le résultat introduit par Shiu et Chen (2015) à haute température. Cependant, à basse température, nous n'avons pas réussi à améliorer la borne géométrique, même si une amélioration est à prévoir.