

**AVIS DE SOUTENANCE DE THESE****Le vendredi 8 novembre 2019 à 10h30**

à l'Université Libanaise, Hadath (Liban)

**Madame GHAZO HANNA ZEINA**

soutiendra une thèse de doctorat sur le sujet suivant :

" Cycles combinatoires et géométriques ".

**Le jury sera ainsi composé :**

- **M. BAIRD PAUL, Professeur des universités**  
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **M. EL SAHILI AMINE, Professeur**  
Université Libanaise - HADATH - LIBAN
- **M. FARDOUN ALI, Maître de conférences**  
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **M. GHAZAL SALMAN, Maître de conférences**  
Université Libanaise - HADATH - LIBAN
- **MME MORTADA MAIDOUN, Maître de conférences**  
Université Libanaise - HADATH - LIBAN
- **M. NAJMAN LAURENT, Professeur des universités**  
Université Paris Est - NOISY-LE-GRAND
- **M. POUZET MAURICE, Professeur Emérite**  
Université Claude Bernard Lyon 1 - VILLEURBANNE
- **M. WEHBE MOHAMAD, Maître de conférences**  
Université Libanaise - HADATH - LIBAN

A BREST, le 18 octobre 2019

Le Président de l'Université de  
Bretagne Occidentale,

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M. Galloù', is written over a horizontal line.

**M. GALLOU****Présidence**3, rue des Archives  
CS 93837  
29238 Brest cedex 3

**Titre :** Cycles Combinatoires et Géométriques

**Mots clés :** tournois, chemins et cycles Hamiltoniens, équation à différence quadratique, séquences cycliques quadratiques, polynômes cyclotomiques, marches dans le plan.

**Résumé :** Le travail de cette thèse se situe dans les domaines de la théorie combinatoire des graphes, la combinatoire algébrique et la géométrie discrète. D'un part, il concerne l'énumération des chemins et cycles Hamiltoniens de type donné dans un tournoi ; de l'autre part, il étudie des suites numériques vérifiant une équation à différence quadratique.

Parmi les résultats obtenus dans la première partie, on trouve : une égalité entre le nombre des chemins (resp. cycles) Hamiltoniens d'un type donné dans un tournoi et dans son complément; une expression du nombre de chemins Hamiltoniens d'un type donné pour un tournoi transitif en termes d'une fonction récursive  $F$  appelée « path-fonction »; la construction d'un algorithme pour le calcul de  $F$ . L'objet fondamental dans la deuxième partie est un graphe cyclique muni d'une solution d'une équation à différence quadratique.

Un paramètre de cette équation distingue les solutions réelles et les solutions complexes. Une correspondance entre les solutions réelles et une classe de polynômes à coefficients entiers positifs est établie. Pour compléter la correspondance, les digraphes Eulériens à un pas interviennent. Une solution complexe détermine une marche fermée dans le plan pour laquelle à chaque pas on tourne à gauche ou à droite par un angle constant (l'angle tournant). Cette fois-ci les polynômes cyclotomiques jouent un rôle important. La caractérisation des polynômes qui déterminent de telles suites est un problème qu'on surmonte afin d'élucider des propriétés géométriques de tels cycles polygonaux. Notamment, lorsque la marche exploite les côtés d'un polygone régulier avec angle extérieur  $2\pi/n$ , on trouve des phénomènes non anticipés lorsque  $n \geq 12$ .

**Title :** Combinatorial and Geometric Cycles

**Keywords :** tournaments, Hamiltonian paths and cycles, quadratic difference equation, quadratic cyclic sequences, cyclotomic polynomials, walks in the plane.

**Abstract :** The work in this thesis concerns the combinatorial theory of graphs, algebraic combinatorics and discrete geometry. On one side, it is about enumerating Hamiltonian paths and cycles of a given type in a tournament; On the other side, it studies numerical sequences verifying a quadratic difference equation.

Concerning the results of the first part, we find: an equality between the number of Hamiltonian paths (resp. cycles) of a given type, in a tournament and its complement; an expression of the number of Hamiltonian oriented paths of a given type in a transitive tournament in terms of a recursive function  $F$  called the « path-function »; and the construction of an algorithm to compute  $F$ . In the second part of the work, we study cyclic graphs altogether with a solution to a quadratic difference equation.

A parameter of this equation distinguishes real and complex sequences. A correspondence between real solutions and a class of polynomials with positive integer coefficients is established. To complete the correspondence, 1-step Eulerian digraphs interfere. A complex solution determines a closed planar walk in the plane, for which at each step we turn either left or right by a constant angle (the turning angle). This time, cyclotomic polynomials play a major role. Characterizing polynomials that determine such a solution is a problem that we study to the end of finding geometric properties of such polygonal cycles. When the walk exploits the sides of a regular polygon with exterior angle  $2\pi/n$ , we find unexpected phenomena when  $n \geq 12$ .