

Ecole Doctorale

Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le vendredi 7 février 2020 à 10h

à l' UFR Sciences et Techniques, salle de séminaire du département de maths, 6 avenue Victor Le Gorgeu, Brest **Monsieur GLEUHER DEWI**

soutiendra une thèse de doctorat sur le sujet suivant : "Hypercohomologie bigraduée de variétés algébriques réelles ".

Le jury sera ainsi composé:

M. DETHLOFF GERD, Professeur des universités
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST

M. HUISMAN JOHANNES, Professeur des universités
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST

- M. MANGOLTE FREDERIC, Professeur des universités Université d'Angers - ANGERS

M. PITSCH WOLFGANG, Professeur Associé
Université Autonomd de Barcelone - 08193 BELLATERRA - ESPAGNE

- M. PRIZIAC FABIEN, Maître de conférences Aix Marseille Université - MARSEILLE 13EME

- M. SCHERER JEROME, Senior Scientist EPFL - CH-1015 LAUSANNE - SUISSE

A BREST, le 03 février 2020

Le Président de l'Université de Bretagne Occidentale,

M. GALLOU

Présidence

3, rue des Archives CS 93837 29238 Brest cedex 3 L'étude de la cohomologie d'espaces topologiques munis d'une action du groupe à 2 éléments $G = Gal(\mathbb{C}/\mathbb{R})$ est un domaine de recherche très actif. Les travaux de J. Huisman montre que la cohomologie équivariante de Borel-Grothendieck peut être raffinée par des groupes d'hypercohomologie

$$H^p(X/G, \mathbb{Z}(q)),$$

pour X un G-espace topologique et $\mathbb{Z}(q)$ un complexe de faisceaux en groupes abéliens.

Le principal objectif de cette thèse est de développer une théorie cohomologique bigraduée de variétés algébriques réelles. Plus généralement, nous introduirons ici la notion d'espaces réels qui sont les quotients de G-espaces topologiques. Sur ces espaces, nous montrerons l'existence du faisceau J des entiers purement imaginaires. Cela nous permettra d'exhiber un triangle fondamental de la forme

$$J^{\otimes q} \to \mathbb{Z}(q) \to i_{\star}\mathbb{Z}/2[-q] \to J^{\otimes q}[1],$$

outil indispensable à nos calculs de groupes de cohomologie. Enfin, nous développerons une théorie de complexes cellulaires réels sur un espace réel quelconque qui, à l'aide de la suite d'Atiyah-Hirzebruch, nous permettra de calculer explicitement les groupes de cohomologie de variétés algébriques réelles telles que la sphère algébrique réelle \mathbb{S}^2 ou encore le plan projectif réel \mathbb{P}^2 .

The study of the cohomology of topological spaces provided with an action of the group with 2 elements $G = Gal(\mathbb{C}/\mathbb{R})$ is a very active field of research. The work of J. Huisman shows that Borel-Grothendieck's equivariant cohomology can be refined by hypercohomology groups

$$H^p(X/G, \mathbb{Z}(q)),$$

for X a G-space and $\mathbb{Z}(q)$ a complex of sheaves in abelian groups.

The main objective of this thesis is to develop a bigraded cohomological theory of real algebraic varieties. More generally, we will introduce here the notion of real spaces which are the quotients of topological G-spaces. On these spaces, we will show the existence of the sheaf J of purely imaginary integers. This will allow us to exhibit a fundamental triangle of the form

$$J^{\otimes q} \to \mathbb{Z}(q) \to i_{\star}\mathbb{Z}/2[-q] \to J^{\otimes q}[1],$$

essential tool to determinate some cohomology groups. Finally, we will develop a theory of real CW-complexes on any real space which, using the Atiyah-Hirzebruch sequence, will allow us to explicitly calculate the cohomology groups of real algebraic varieties such as the real algebraic sphere \mathbb{S}^2 or the real projective plane \mathbb{P}^2 .