

Ecole Doctorale

*Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication*

*Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique*

**AVIS DE SOUTENANCE DE THESE**

**Le mercredi 9 décembre 2020 à 14h**

à l'Université de Bretagne Occidentale - salle TD1 Bouguen - pôle numérique Brest (visioconférence).

**Monsieur OULED SAID ADEL**

soutiendra une thèse de doctorat sur le sujet suivant :

"Analyse asymptotique des paramètres du théorème central limite fonctionnel pour une diffusion dans un flot incompressible rapide".

**Le jury sera ainsi composé :**

- **M. DAMAK MONDHER, Professeur**  
Université de Sfax - 3000 SFAX - TUNISIE
- **M. FRANKE BRICE, Professeur des universités**  
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **M. KARAOUI ABDERRAZEK, Professeur**  
Université de Carthage - Banzart
- **M. LELIEVRE TONY, Ingénieur**  
Ecole des Ponts Paris Tech - CHAMPS-SUR-MARNE
- **M. MNIF MAHER, Professeur**  
Université de Sfax - 3038 SFAX
- **MME PENE FRANCOISE, Professeure des universités**  
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST

A BREST, le 27 novembre 2020

Le Président de l'Université de  
Bretagne Occidentale,



**M. GALLOU**

**Titre :** Analyse asymptotique des paramètres du théorème central limite fonctionnel pour une diffusion dans un flot incompressible rapide.

**Mots clés :** Diffusion irréversible, flot incompressible accéléré, variance asymptotique, coefficient d'Edgeworth.

**Résumé :** Dans ma thèse, je m'intéresse au comportement de la variance asymptotique et du coefficient d'Edgeworth lorsque  $c$  tend vers l'infini. Ma thèse présente trois types de résultats. Dans la première partie, je donne une expression générale de la limite de la variance asymptotique qui établit une liaison entre deux expressions obtenues d'un côté par Hwang, Normand et Wu (2015) et d'autre côté par Duncan, Lelièvre et Pavliotis (2016). On obtient ces différentes expressions pour différents choix d'un paramètre  $p$ . Ce paramètre fixe l'ordre des différents espaces de Sobolev dans lesquelles on peut exprimer la limite. Dans la deuxième partie, nous montrons un résultat analogue à un résultat de Constantin, Kiselev, Ryzhik et Zlatos (2005) sur la norme opérateur du semi groupe pour la variance asymptotique. De notre côté, nous montrons que lorsque  $c$  tend vers l'infini la variance asymptotique converge uniformément vers zéro sur la boule unitaire si et seulement si le générateur de la dérive n'a pas de fonctions propres non nulles

Notre condition est plus faible que celle de Constantin, Kiselev, Ryzhik et Zlatos (2005). En effet, on peut trouver des exemples tel que la variance asymptotique converge vers zéro alors que la norme du semi groupe ne converge pas vers zéro. Dans la troisième partie, nous avons étudié le comportement asymptotique du coefficient d'Edgeworth lorsque  $c$  tend vers l'infini. Pour cela, nous avons établi un développement d'Edgeworth pour des diffusions en temps continu. Un développement d'Edgeworth pour les chaînes de Markov a été établi par Kontoyiannis et Meyn (2002). Nous avons étendu leur résultat au cas diffusif pour obtenir une expression du coefficient d'Edgeworth d'ordre trois. Finalement, nous avons étudié le comportement asymptotique de ce coefficient d'Edgeworth lorsque  $c$  tend vers l'infini. Dans les trois résultats, nous avons utilisé une méthode de Bhattacharya, Gupta et Walker (1989) que nous avons adaptée au trois différentes situations.

**Title :** Asymptotic analysis of the parameters of the central functional limit theorem for a diffusion in a fast incompressible drift.

**Keywords :** non-reversible diffusion, fast incompressible drift, asymptotic variance, Edgeworth coefficient.

**Abstract :** In my thesis, I am interested in the behavior of the asymptotic variance and the Edgeworth coefficient as  $c$  goes to infinity. My thesis presents three types of results. In the first part, I give a general expression of the limit of the asymptotic variance which establishes a relation between two expressions, one obtained by Hwang, Normand and Wu (2015) and the other by Duncan, Lelièvre et Pavliotis (2016). We obtain these different expressions for different choice of a parameter  $p$ . This parameter determines the order of the different Sobolev spaces in which the expressions are obtained. In the second part, we show an analogous result to that of Constantine et al. (2005) on the operator norm of the semi group for the asymptotic variance. More precisely, we show that when  $c$  goes to infinity the asymptotic variance converges uniformly to zero on the unit ball if and only if the generator of the drift has no non-zero eigenfunctions.

Our condition is weaker than that of Constantine et al. (2005). Indeed, one can find examples where the asymptotic variance converge towards zero while the norm of the semi group does not converge to zero. In the third part, we have studied the asymptotic behavior of this Edgeworth coefficient as  $c$  tends to infinity. For this we have established an Edgeworth development for continuous time diffusion. An Edgeworth development for Markov chains has been established by Kontoyiannis and Meyn (2002). We have extended their result for the diffusive case to obtain an expression of the coefficient Edgeworth of order three. Finally, we have studied the asymptotic behavior of this Edgeworth coefficient as  $c$  tends to infinity.