

Ecole Doctorale

*Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication*

*Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique*

**AVIS DE SOUTENANCE DE THESE**

**Le mardi 6 juillet 2021 à 10h**

au Pôle Numérique Brest Bouguen, salle TD2 Bouguen, rue du bouguen, Brest.

**Monsieur BORTHWICK JACK**

soutiendra une thèse de doctorat sur le sujet suivant :

" Scattering analytique et projectif sur des espaces-temps à constante cosmologique positive ".

**Le jury sera ainsi composé :**

- **M. BAIRD PAUL, Professeur des universités**  
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **M. GOURGOULHON ERIC, Directeur de recherche**  
Observatoire de Paris - MEUDON
- **M. GOVER ROD, Professeur**  
Université d'Auckland - AUCKLAND - NOUVELLE-ZELANDE
- **MME HUNEAU CECILE, Chargée de recherche**  
Ecole Polytechnique - PALAISEAU
- **M. NICOLAS JEAN-PHILIPPE, Professeur des universités**  
Univ. de Bretagne Occidentale - BREST
- **M. WROCHNA MICHAL, Professeur des universités**  
Cergy Paris Université - PONTOISE

A BREST, le 01 juillet 2021

Le Président de l'Université de  
Bretagne Occidentale,



**M. GALLOU**

**Titre :** Scattering analytique et projectif sur des espaces-temps avec constante cosmologique positive.

**Mot clés :** analyse asymptotique, trous noirs Kerr-de Sitter extrême, équation de Dirac, compactifications projectives, équation de Proca, calcul extérieur pour les tracteurs projectifs

**Résumé :** La thèse comporte deux projets principaux. En premier lieu, la construction d'une théorie de scattering analytique pour des champs de Dirac (massifs ou non) à l'extérieur d'un trou noir de type de Sitter-Kerr extrême : un trou noir en rotation dont les horizons coïncident pour former un trou noir « double » ou extrême. Les effets conjugués de la rotation, la constante cosmologique, et l'horizon double, se traduisent dans l'expression de l'opérateur de Dirac par des potentiels de type Coulomb à l'horizon et une perturbation de l'opérateur de Dirac sur la sphère. Dans ces travaux, les méthodes de Nicolas-Häfner, s'appuyant sur la théorie de Mourre, sont adaptées pour montrer la complétude asymptotique. En particulier, une étude précise de la partie angulaire montre qu'il est possible de décomposer l'opérateur de façon à

pouvoir appliquer les résultats de T. Daudé, développés pour traiter le cas d'un trou noir de Reissner-Nordström. Ce travail a également donné lieu à une classification complète de la famille des trous noirs de de Sitter-Kerr et à une étude et construction détaillée des extensions maximales. Le deuxième projet explore l'application des outils de la géométrie projective à l'étude du comportement asymptotique de champs massifs de spin entier (champs de « Proca »). Une théorie analogue à celle développée par A.R. Gover, E. Latini et A. Waldron dans le cas de variétés admettant une compactification conforme est obtenue dans le cas de variétés Einstein projectivement compactes et asymptotiquement de Sitter, dont en particulier, un calcul extérieur pour les tracteurs projectifs donnant lieu à un calcul à la frontière et des opérateur de solution formelle.

**Title:** Analytical and projective scattering on spacetimes with positive cosmological constant.

**Keywords:** asymptotic analysis, extreme Kerr-de Sitter black hole, Dirac equation, projective compactification, Proca equation, projective exterior tractor calculus

**Abstract:** The thesis is composed of two principal projects in the domain of asymptotic analysis in General Relativity. First of all, the thesis details the construction of an analytical scattering theory for Dirac fields (massive or not) outside an *extreme* de Sitter-Kerr black hole. This is a geometric model for a rotating black hole in a de Sitter type universe for which two of its horizons coincide, forming a so-called extreme horizon. The conjugated effects of the rotation, the cosmological constant and the extreme horizon translate into long-range potentials and a perturbation of the Dirac operator on the sphere in the expression of the global Dirac operator. In this work, the methods used by J.P. Nicolas and D. Häfner, based on Mourre's theory, are adapted to this situation to prove asymptotic completeness. In particular, a thorough inspection of the angular part of the operator shows that it is possible to reduce the problem to a spherically symmetric problem to which the results, developed by T. Daudé, for a Reissner-Nordström blackhole can be applied. This work also gives a complete classification of the de-Sitter Kerr family and a detailed study and construction of their maximal analytical extensions.

The second project explores how to apply tools from projective differential geometry to the study of the asymptotic behavior of massive fields with integer spin (« Proca » fields). The thesis develops, for the case of projectively compact Einstein asymptotically de-Sitter manifolds, results that are parallel to those obtained by A.R. Gover, E. Latini and A. Waldron for conformally compact manifolds. It builds, in particular, an exterior tractor calculus that leads to a boundary calculus and formal asymptotic solution operators.