TP1 :Image de la représentation graphique d'une fonction par une translation.

On note S, la courbe représentative de la fonction f définie sur R par f(x) = sin(x) . On va s'intéresser à l'image S' de cette sinusoïde par une translation. S'**est** la courbe représentative d'une nouvelle fonction, le but de ce travail est de déterminer cette nouvelle fonction.

<u>*Quelques généralités sur Geogebra :*</u>

- *Lancer geogebra,dans le menu « Affichage » faire apparaître la barre ou champ de saisie, les axes,la grille, fermer la fenêtre d'algèbre . Mettre le repère au milieu de l'écran et agrandir si besoin(dernier menu déroulant).*
- *Si vous voulez modifier les propriétés d'un objet (nombre, point, droite, cercle courbe etc..), cliquez sur cet objet, lorsque celui-ci apparaît en surbrillance, cliquez droit, vous pouvez alors le cacher, faire apparaître son étiquette, activer sa trace, le redéfinir, le renommer,l'effacer, changer son aspect etc…*
- *Point et vecteurs peuvent être créés en coordonnées cartésiennes,les noms de variable en majuscule correspondent à des points, les noms de variable en minuscule correspondent à des vecteurs : exemple le point M de coordonnées (1, 2),dans la barre de saisie, on tape M= (1, 2),le vecteur u de coordonnées (1, 2), on tape u=(1,2).*

.

A) Etude expérimentale.

Dans cette partie, on va s'intéresser à l'image de la courbe S d'équation y = sin(x) par la translation de vecteur $\mathbf{u} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$.

- Dans la barre de saisie, taper f(x) = sin(x) : la courbe représentative de f apparaît, ou encore la courbe d'équation y = sin(x).
- Créer le nombre a en le fixant égal à 1, puis créer le nombre b en le fixant égal à 3.(*Taper a = 1 dans la barre de saisie)*
- Créer le vecteur $\mathbf{u} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$.
- Créer un point A sur la courbe de f. Construire l'image de A par la translation de vecteur u . (*Utiliser le menu déroulant)* Renommer A' l'image de A.
- Tracer le vecteur AA'.
- Faire bouger le point A sur S.
- Activer la trace de A'*(cliquer droit sur A' et activer la trace)*
- Lorsque A bouge sur la courbe de f, A' décrit une courbe, la forme de cette courbe est-elle la même que celle de la courbe de f ?
- Désactiver la trace de A', tracer le lieu des points A' lorsque A varie. *(taper dans la barre de saisie, lieu[A',A])*. Renommer S' ce lieu et colorier le, par exemple , en rouge. S' est la courbe représentative d'une fonction g dont on va déterminer l'expression.
- Dans le menu « Affichage », ouvrir la fenêtre d'algèbre. Dans cette fenêtre apparaît le nombre a. Cliquer droit sur le nombre a, cocher « afficher l'objet ». Le logiciel crée un curseur sur la figure, avec lequel vous pouvez faire varier le nombre a . Faire de même avec le nombre b. Vous pouvez ainsi, prendre a = 0 et faire varier b, prendre b= 0 et faire varier a.
- Pour a= 0, quelle propriété particulière possède le vecteur u ?
- Même question pour b= 0.

Ce travail permet de visualiser l'image d'une courbe par une translation , mais on peut obtenir directement l'image d'un ensemble de points par une translation (de façon générale par une transformation), il suffit pour cela de cliquer sur translation (objet vecteur dans le menu) et ensuite sur l'ensemble de points (ici la courbe S*) et enfin le vecteur.*

B) Etude théorique. (sur papier) (valable quel que soit la fonction f, quel que soit le vecteur $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$)

On considère la translation de vecteur $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$. On note S' l'image par cette translation de la courbe représentative de la fonction f et on veut déterminer g la fonction dont S' est la courbe représentative.
Soit A un point de la courbe représentative de f, on a donc y = f(x).

- Soit A' l'image de A par la translation de vecteur $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$. Rappeler la définition géométrique d'une translation de vecteur u. Quelles relation y a-t-il entre les coordonnées (x',y') du point A' et celles (x,y) du point A ?
- Utiliser toutes les relations précédentes pour obtenir y' en fonction de x'. En déduire l'expression algébrique g(x) de la fonction g.

Retour sur l'écran :
Saisir l'expression de g. Le lieu S' et la courbe représentative de g coïncident-elles ?

.

<u>A retenir</u> : Soit f une fonction définie sur D et C sa courbe représentative.
On note C' l'image de C par la translation de vecteur $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$, C' est la courbe représentative de la fonction g définie par :

g(x) = ……..…………………………………avec ………..

<u>Cas particulier</u> :

On note S la courbe représentative de la fonction f définie sur R par : f(x) = sin(x), S' la courbe représentative de la fonction g définie sur R par : g(x) = sin(x +ϕ).
S' est l'image de S par la translation de vecteur ………………..

Courbes d'équation y = sin(ω x + ϕ), y = cos(ω x + ϕ).

<u>Etude d'un exemple : y = f(x)= sin(2 x) et y = g(x) =sin(2x +π/4).</u>

On note S la courbe représentative de f et S' celle de g.

- Par quelle translation t, S' est-elle l'image de S ? **(appeler le professeur)**
- Saisir les deux fonctions f et g.
- Faire tracer l'image de S par la translation t.
- Votre conjecture est-elle vérifiée ?
- Démontrer cette conjecture.

<u>Savoir retrouver ce résultat</u> :
On note S la courbe représentative de la fonction f définie sur R par :f(x) = sin (ω x), et S' la courbe représentative de la fonction g définie sur R par : g(x) = sin(ω x + ϕ).
S' est l'image de S par la translation de vecteur ……………………

En effet, …………………………

On obtient un résultat analogue pour les courbes d'équation y = cos(ω x + ϕ) et y = cos (ω x)