TP 2 . Méthode d'Euler avec Géogébra puis avec un tableur.

Pour ce TP, on reprend les deux exemples vus en cours. Il s'agit de construire la courbe représentative approchée d'une fonction f dont on connaît la dérivée f ' et un point de la courbe de f dans chacun des cas suivants :

● Exemple 1 :
On désire construire une approximation de la courbe (C) d'une fonction f sur [0 ; 4] sachant que pour tout réel x, $f'(x) = 2x - 3$ et f(0) = 2.

● Exemple 2 :
On désire construire une approximation de la courbe (C) d'une fonction f sur [1 ; 5] sachant que pour tout réel x, $f'(x) = \frac{1}{x}$ et $f(1) = 0$.

Partie A : *Construction d'une ligne polygonale dynamique, point par point, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique* :

L'objectif de cette partie est de placer, dans un repère du plan, les points M_0, M_1, M_2.....qui auront successivement pour abscisses x_0, $x_0 + h$, $x_0 + 2h$..... et qui appartiennent à la représentation graphique d'une fonction qui approche f, en utilisant la méthode d'Euler. On désignera par $(x_n ; y_n)$ les coordonnées du point M_n ; on a donc $y_{n+1} = y_n + h \times f'(x_n)$ pour tout entier naturel n.
Le but de cette activité étant de visualiser la précision de l'approximation en fonction du choix de la valeur du pas de graduation h, on choisit de faire varier la valeur de ce pas en créant un curseur.

La chronologie de cette construction sera la même pour les deux exemples(il suffira de modifier les valeurs de x_0, y_0, ainsi que les expressions de f '(x) et de f(x) pour « passer » de l'exemple 1 à l'exemple 2) :

▶Définir un curseur pour définir une valeur du pas h sur l'intervalle [0 ; 2] avec un incrément de 0.25 par exemple, et afficher la valeur 0.5 à la place de 0 sur le curseur .
▶Saisir l'expression de f '(x) de l'exemple 1 (sans afficher la représentation graphique de f ')
▶Saisir l'expression de f(x) obtenue en cours pour l'exemple 1 en affichant sa représentation graphique.
▶Saisir les valeurs de $x_0$et de y_0 puis le point M_0 de coordonnées $(x_0 ; y_0)$.
▶Saisir les valeurs de $x_n$et de y_n pour les premières valeurs de n (au moins pour n variant de 1 à 5) puis définir les points M_n de coordonnées $(x_n ; y_n)$ ainsi obtenus (pour éviter la répétition de ces tâches, on pourra reprendre la ligne de saisie précédente à l'aide de la flèche ↑ du clavier et la modifier).
▶Tracer alors la ligne polygonale $M_0M_1M_2M_3$..... obtenue à partir de ces points et constituant une approximation de la représentation graphique de f.
▶A l'aide du curseur, visualiser la précision de l'approximation en fonction de la valeur de h affichée .

Sauvegarder votre travail (soit sur une clé USB, soit si le réseau fonctionne, dans le dossier précisé par le professeur).

Partie B : *Construction d'une courbe représentative approchée d'une fonction à l'aide d'un tableur :*

L'avantage du tableur est qu'il permet de recopier un grand nombre de fois une formule. La construction va donc être plus rapide !

1) <u>Exemple 1</u> :

▶ a) A l'aide d'un tableur, reproduire à l'écran le tableau ci-dessous en complétant les colonnes B, C, D et E. **<u>On fera en sorte d'avoir seulement le contenu d'une cellule à modifier (la cellule A2) pour obtenir les coordonnées</u>** $(x_n ; y_n)$ **<u>des points</u>** M_n **<u>pour une autre valeur du pas</u>** : pour cela, préciser ci-dessous les instructions saisies dans les cellules C2, B3, D3 et E2 puis « recopier » les formules vers le bas de telle sorte que l'on travaille sur l'intervalle [0 ; 4] .

	A	B	C	D	E
1	pas	x_n	$f'(x_n)$	y_n	valeur exacte de $f(x_n)$
2	1	0		2	
3					
4					
…..					

Vérifier que les résultats obtenus coïncident avec ceux obtenus « à la main » dans le cours.

▶ b) Construire <u>successivement</u> les quatre lignes polygonales que l'on obtient en donnant au pas de graduation h les valeurs successives 1 ; 0,5 ; 0,25 ; 0,1 (il faudra donc une fois la valeur du pas modifiée, « recopier » les formules vers le bas sur une « plage » plus grande si l'on diminue le pas de telle sorte que l'on travaille toujours sur l'intervalle [0 ; 4,]) ; on visualisera également sur ce graphique la représentation graphique de f (on sélectionnera donc les colonnes x_n, y_n et valeur exacte de $f(x_n)$ pour effectuer ce graphique).

<u>On sauvegardera ces 4 graphiques au fur et à mesure sur un document texte.</u>

Sauvegarder votre travail (1 fichier texte et 1 fichier tableur sous les noms : Euler1c suivi de votre nom et euler1t suivi de votre nom)

2) Reprendre le même travail pour l'exemple 2 (si vous avez le temps !).

	A	B	C	D	E
1	pas	x_n	$f'(x_n)$	y_n	valeur exacte de $f(x_n)$
2	1	1		0	
3					
4					
…..					

Commentaires sur ce TP :

• Ce TP a été réalisé au cours de deux séances de une heure chacune, dans une classe de TS sciences de l'ingénieur de 23 élèves (la classe est donc non dédoublée). Il s'est déroulé dans une salle informatique de 24 postes contenant en plus 35 tables ; les élèves peuvent donc se déplacer de l'ordinateur à leur table de travail.

• Avant ce TP, deux séances ont déjà été organisées : une avec tableur sur les suites numériques et l'autre avec géogébra sur la notion de lieux géométriques dans différents contextes. Ces deux premières séances ont permis aux élèves de découvrir à la fois le tableur et géogébra ; très peu d'entre eux avaient manipulé ces logiciels en seconde ou première. Quoi qu'il en soit, les élèves travaillant beaucoup sur ordinateur en sciences de l'ingénieur, l'initiation à ces logiciels a été relativement rapide.

• Ce TP sur la méthode d'Euler fait suite à un travail en classe sur ce même thème (voir remarques faites au début de la fiche élève) où ont été construites « à la main » une représentation approchée de fonctions dont on connaissait la dérivée f ' et une valeur $f(x_0) = y_0$.
Il n'a pas été réalisé dans l'état d'esprit de l'épreuve du TP informatique au bac ; son but était essentiellement d'exploiter le logiciel afin de visualiser l'influence du choix du pas sur la précision de l'approximation.

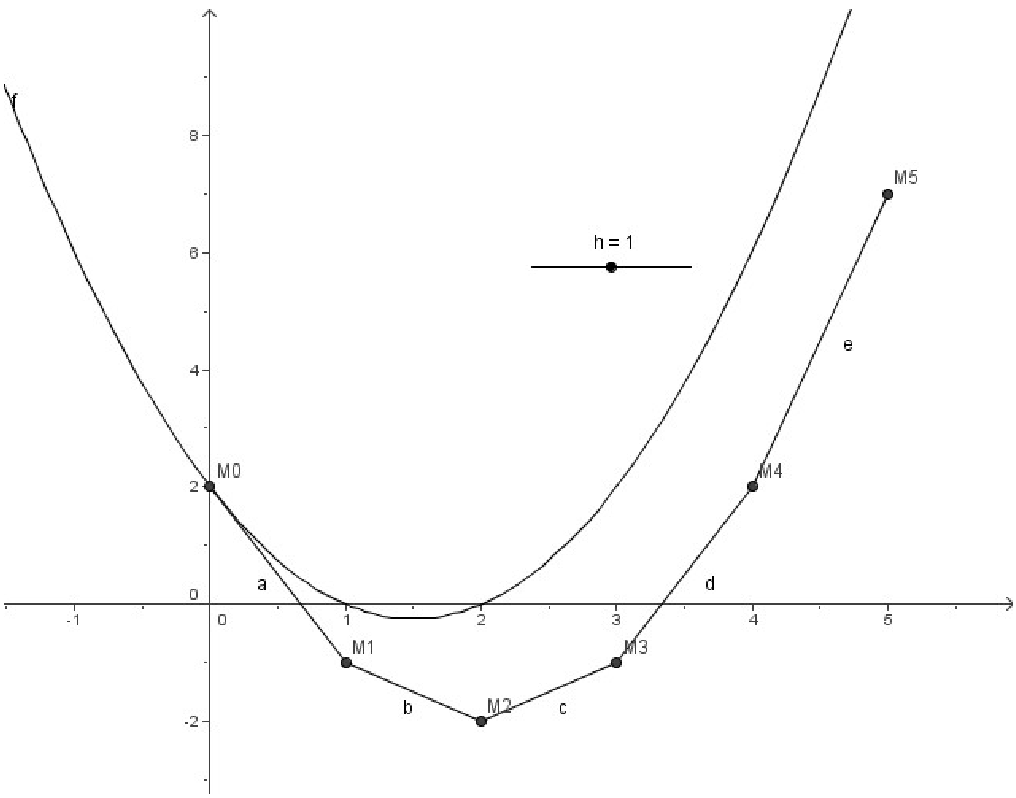
• La première heure sur la partie A a été laborieuse : les élèves n'étaient pas encore très à l'aise avec le logiciel, d'autant plus que les manipulations demandées n'étaient pas simples pour une activité de début d'année !
Cette première partie a surtout mis en évidence le fait que beaucoup d'élèves n'avaient en fait pas bien compris la notion d'approximation affine et la relation $y_{n+1} = y_n + h \times f'(x_n)$. Le premier atout de ce TP a donc été pour les élèves de comprendre et de visualiser cette méthode d'Euler (voir annexe 1).

• La partie B pendant la deuxième heure s'est alors mieux déroulée même si certains élèves n'ont abordé que le premier exemple. Pratiquement tous ont toutefois pu produire les quatre graphiques de l'exemple 1(voir annexe 2).
Le deuxième exemple n'a été entièrement traité que par une minorité d'élèves.

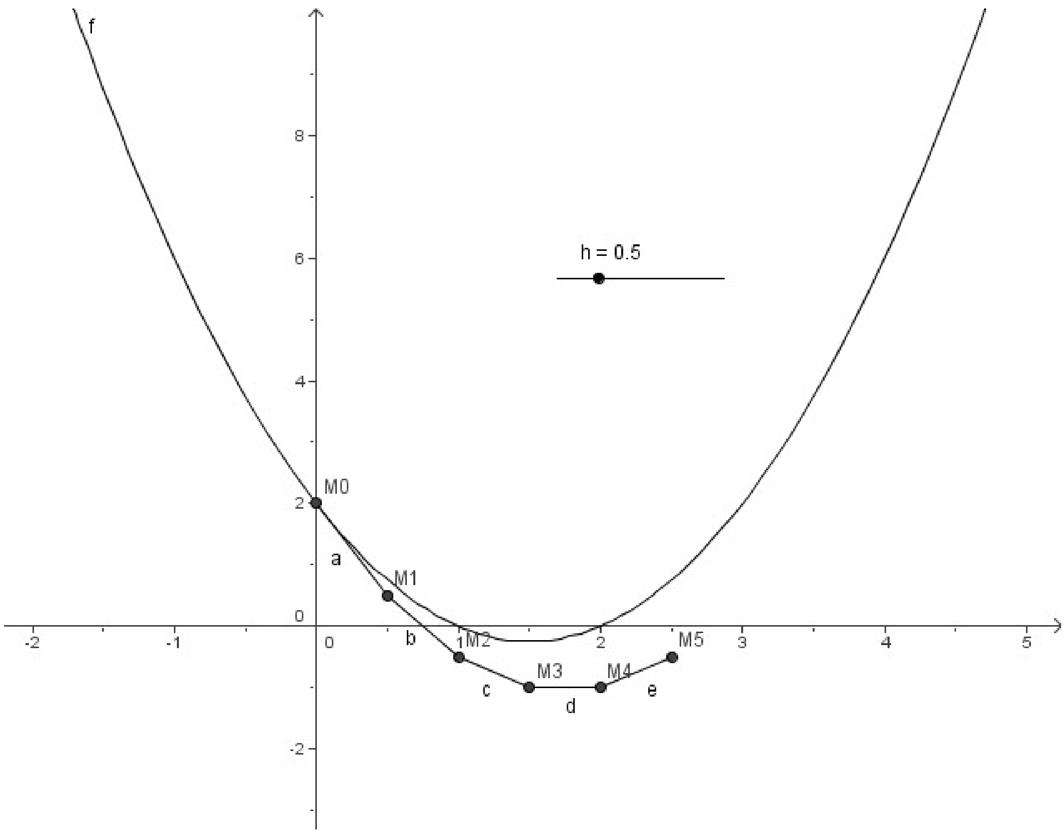
• En conclusion, ces TP ont donné « du sens » à la méthode d'Euler pour beaucoup d'élèves : à l'occasion de l'introduction de la fonction exponentielle, cette méthode d'Euler a de nouveau été utilisée, et cette fois beaucoup plus aisément par les élèves.

Annexe 1 : (visualisation de l'exemple 1 avec géogébra)

Pas h égal à 1



pas h égal à 0,5



annexe 2 : (visualisation de l'exemple 1avec un tableur)