

TP3 : Construction d'une ligne polygonale définie à l'aide de la méthode d'Euler.

Premiers exemples : On connaît l'expression de la dérivée f' .

Exemple 1 : $f'(x) = x$ et $f(-2) = 1$, d'après le cours sur les primitives, $f(x) = \dots\dots\dots$

Utilisation du logiciel géogébra.

Afficher le repère, la grille, laisser la fenêtre d'algèbre ouverte.

- Saisir f' (ne pas afficher l'objet)
- Saisir f (laisser afficher la courbe)
- Saisir le point A_0
- Saisir le réel $h = 0.5$
- Saisir le point $A_1 = (x(A_0) + h , y(A_0) + h f'(x(A_0)))$
- Construire le segment $[A_0 A_1]$
- Construire le point T_1 de la courbe représentative de f qui a la même abscisse que A_1 (Comment pouvez-vous construire ce point ?.....
....)
- Construire le segment $[A_1 T_1]$, colorier le en rouge. Ce segment permettra de visualiser l'erreur commise. (ne pas afficher les traits de construction intermédiaires)

Création d'un outil.

Pour construire les points A_2, A_3 etc..., on utilise la même procédure. Pour éviter la répétition de ces tâches, on peut créer un outil.

- Créer un outil
- Les objets finaux sont A_1 , les segments $[A_0 A_1]$ et $[A_1 T_1]$.
- Les objets initiaux sont déjà enregistrés, il s'agit du nombre h , du point A_0 , de la fonction f' , de la fonction f . Nommer cet outil « methodeuler »
- Utilisation de l'outil : cliquer dans l'ordre indiquée les différents objets. Construire ainsi une douzaine de points.
- Enregistrer votre fichier.

Constatations : Effet du nombre h sur l'erreur commise.

- Lire l'erreur maximale . On peut la lire dans la fenêtre d'algèbre.
- Afficher l'objet h . Un curseur apparaît. Dans « propriété curseur, min - 0.5 ; max 0.5 ; incrément 0.0 ».
- Faire varier la valeur de h . Noter l'erreur maximale pour $h = 0.5$; $h = 0.25$; $h = 0.1$; $h = -0.1$; $h = -0.25$; $h = -0.5$.
- Quelle est l'allure de la ligne polygonale en fonction des valeurs de h .

Exemple 2 : $f'(x) = 1/x$ et $f(1) = 0$, on admet que $f(x) = \ln(x)$ (fonction logarithme népérien que nous étudierons prochainement)

- Il suffit de redéfinir A_0 .
- De taper dans la barre de saisie la nouvelle expression de $f'(x)$ et ensuite celle de $f(x)$.
- En utilisant l'outil, vous pouvez construire d'autres points.
- Faire varier le curseur h de 0 à 0.5 avec un incrément de 0.01.
- Enoncer vos remarques sur les erreurs commises, sur la ligne polygonale.
- Enregistrer ce fichier son un autre nom.

Deuxièmes exemples : On ne connaît pas l'expression de la dérivée f' . La fonction f est solution d'une équation différentielle.

Exemple 3 : $f'(x) = f(x)$ et $f(0) = 1$ ($y' = y$ et $y(0) = 1$) (on admet qu'une telle fonction existe)

- Saisir le point A0.
- Créer un curseur h (min -0.5 ; max 0.5 ; incrément 0.01)
- A l'aide de l'étude faite sur la méthode d'Euler, saisir le point A1, noter les formules utilisées : $A1 = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$
- Construire le segment [A0 A1].
- Créer l'outil qui permet de construire les points A2, A3 etc....
- Construire une douzaine de points.
- On admet que $f(x) = \exp(x)$. Afficher la courbe de cette fonction.
- Faire varier h , noter suivant les valeurs de h , l'erreur maximale.

Exemple 4 : $f'(x) = 4 - (f(x))^2$ ($y' = 4 - y^2$) et $f(0) = 0$.

(En physique, l'étude d'une chute verticale avec frottement, conduit à la résolution d'une équation différentielle de ce type, on trace la courbe d'une fonction , solution de cette équation, à l'aide de la méthode d'Euler . Voir p 227 et 354 de votre livre de physique)

- Saisir le point A0.
- Créer un curseur h (min -0.5 ; max 0.5 ; incrément 0.01)
- A l'aide de l'étude faite sur la méthode d'Euler, saisir le point A1, noter les formules utilisées : $A1 = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$
- Construire le segment [A0 A1].
- Créer l'outil qui permet de construire les points A2, A3 etc....
- Construire une douzaine de points.
- Faire varier h .
- Pour $h = 0.25$, quelle semble être la valeur limite de la fonction f ?
- Pour $h = 0.1$, quelle semble être la valeur limite de la fonction f ? (en physique, le pas choisi est 0.04)
- Nous admettons que la fonction f est définie par $f(x) = 2 - 4 / (\exp(4x) + 1)$. Saisir cette fonction. Que remarquez-vous ?