TP 6 : Familles de fonctions et asymptotes obliques

Soit m un réel . On considère les fonctions f_m définies par $f_m(x) = \sqrt{x^2 + mx + 1}$.

Partie expérimentale : à partir du logiciel geogebra (au plus 30 minutes)

1. créer le curseur m variant de -10 à 10 avec un incrément de 1.
2. représenter graphiquement la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + mx + 1}$ (*sqrt pour la racine carrée)*
3. faire varier le paramètre m et observer les courbes
4. émettre des conjectures sur le domaine de définition des fonctions $f_m$selon la valeur du paramètre *m*: ces fonctions sont-elles définies sur IR, sur un sous-ensemble de IR ?
5. Pour deux valeurs particulières de m, la représentation graphique de f est l'union de deux demi-droites, déterminer ces deux valeurs de m.
6. observer les branches infinies :
   - Activer la trace de la représentation graphique de f.
   - en remarquant que toutes ces courbes semblent avoir des asymptotes obliques parallèles, conjecturer le coefficient directeur de ces asymptotes en $+\infty$, en $-\infty$. (*on pourra éventuellement créer un autre curseur b, et saisir les droites d'équation y = a x +b avec a égal aux coefficients directeurs conjecturés précédemment)*

Partie théorique :

1. Déterminer les paramètres *m* pour lesquels la fonction f_m est définie sur IR.
2. Pour les autres valeurs du paramètre *m*, justifier que le domaine de définition de f_m est un sous-ensemble de IR de la forme $]-\infty, \alpha_m] \cup [\beta_m, +\infty[$. Valider alors vos conjectures.
3. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f_m(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f_m(x)}{x}$. Est-ce cohérent avec vos conjectures sur les coefficients directeurs des asymptotes à la représentation graphique de f.
4. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + x]$ puis $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$
5. En déduire l'existence d'asymptotes obliques à la courbe représentative de f_m au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$. Donner l'équation réduite de ces asymptotes puis valider vos conjectures.

6. En écrivant x² +m x +1 sous forme canonique, ne pouvait-on pas prévoir ces résultats ?

Commentaires :

- *Ce TP a illustré le chapitre « branches infinies » du programme de TS.*
- *Ils'inspire d'un exercice du livre Pixell.*
- *Ce TP s'est déroulé au mois d'octobre. Les élèves avaient déjà utilisé le logiciel gégébra,Ils ont au cours de ce TP utiliser une nouvelle fonction du logiciel à savoir « le curseur ».*
- *Les élèves ont travaillé un peu plus d'une demi heure sur les ordinateurs. Une séance d'une heure n'a pas été suffisante pour travailler sur la partie expérimentale et la partie théorique. Une séance d'au moins une heure et demi était nécessaire.*

L'exigence de TP en mathématiques d'une durée d'une heure et demi est plus que légitime !