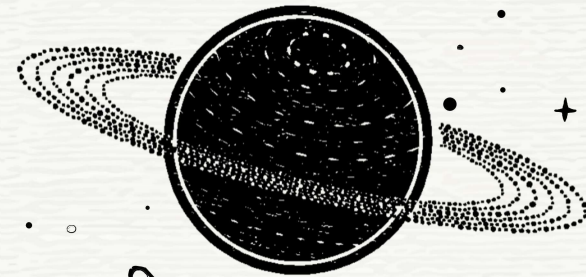


Maths et Astronomie:

de la mesure de la Terre à
la découverte de Neptune.

Laurine Weibel

Laboratoire de Mathématiques de
Bretagne Atlantique



+ Plan de l'exposé

01

Mesurer la Terre

La géométrie comme instrument cosmique

03

Les lois de Kepler

Des cercles aux ellipses

02

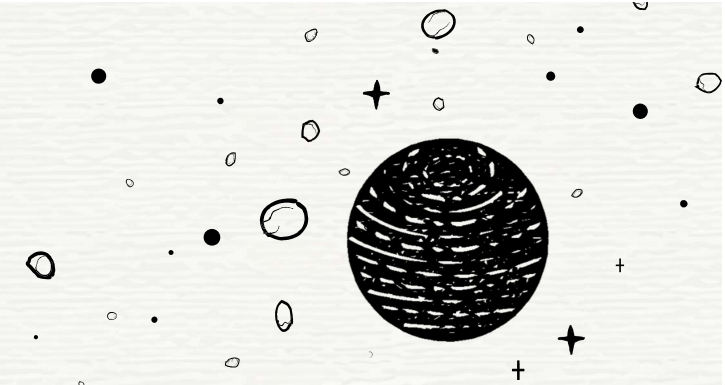
Changer d'échelle : De la Terre au ciel

Des ombres aux distances célestes

04

Découverte de Neptune

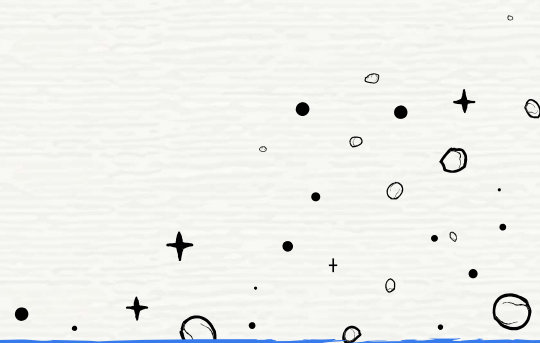
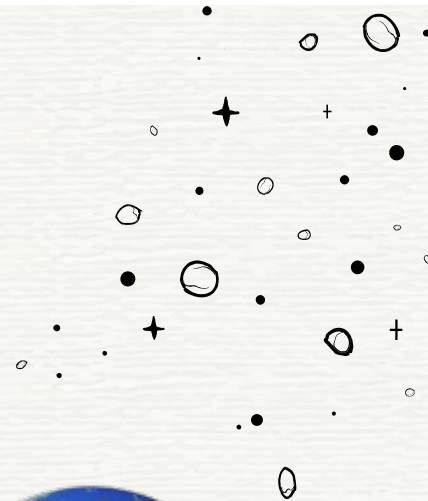
Découvrir une planète par le calcul



01

Mesurer la Terre

La géométrie comme
instrument cosmique



+ ✦ Mesurer la Terre

La Terre est-elle ronde ?

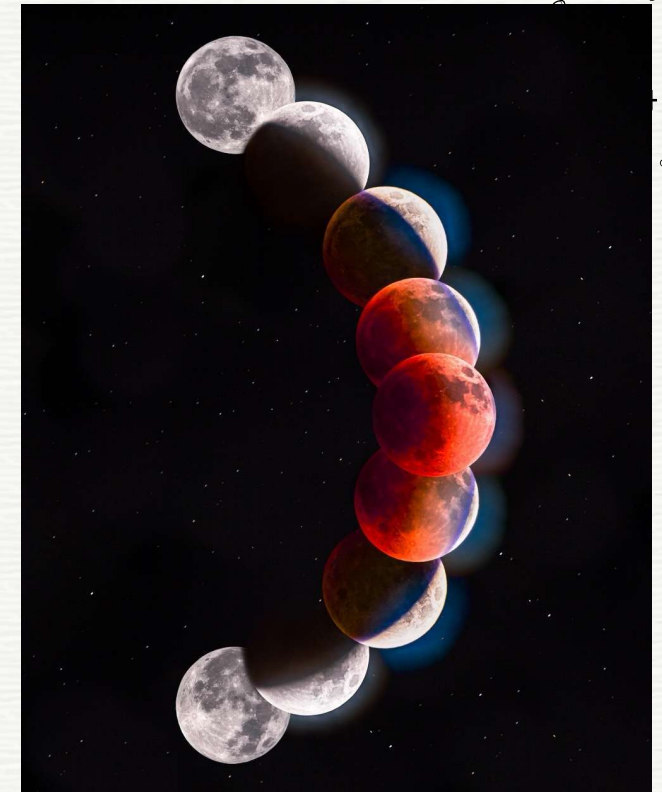


Aristote

384 av. J.C. – 322 av. J.C.

➤ Considérer l'ombre de la Terre sur la Lune:

C'est toujours un arc de cercle !



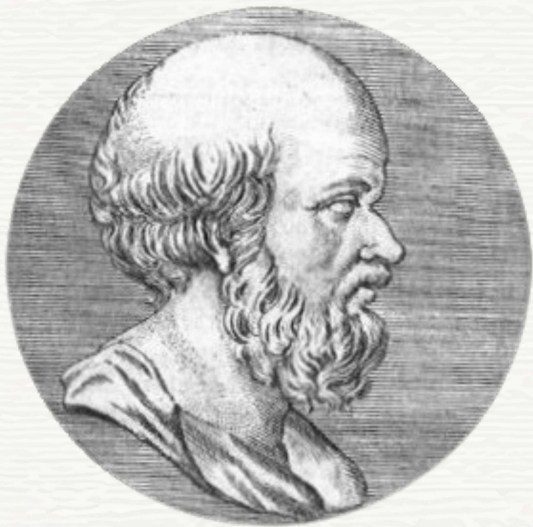
Éclipse totale de Lune (15 mai 2022)

Crédit : Callum aka Wanderloots



+ Mesurer la Terre

Quelle est la taille de la Terre ?



Eratosthène

276 av. J.C. – 194 av. J.C.

À Syène, le jour du solstice d'été,
on voit le reflet du soleil
dans le fond d'un puits

Eratosthène fait l'expérience
à Alexandrie :
Ce n'est plus le cas !

Syène est sur le tropique du Cancer.
Le Soleil est au Zénith
le jour du solstice d'été

➤ Mesures à Alexandrie



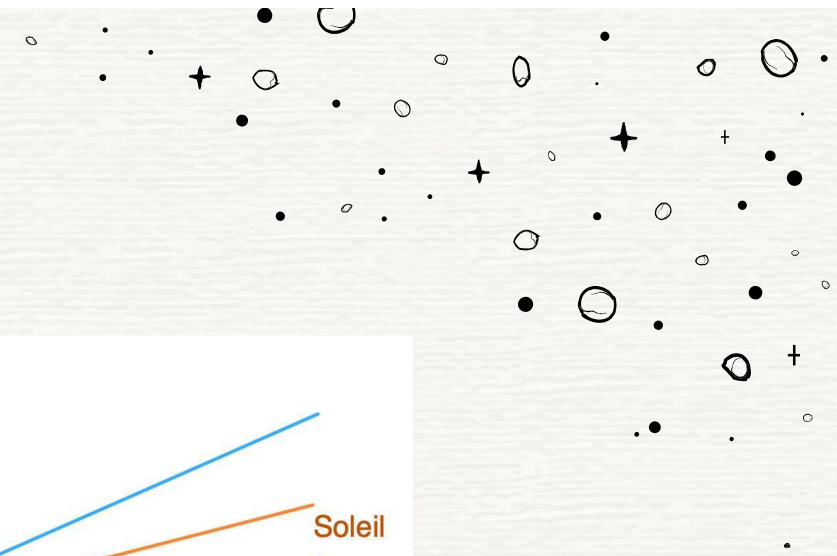
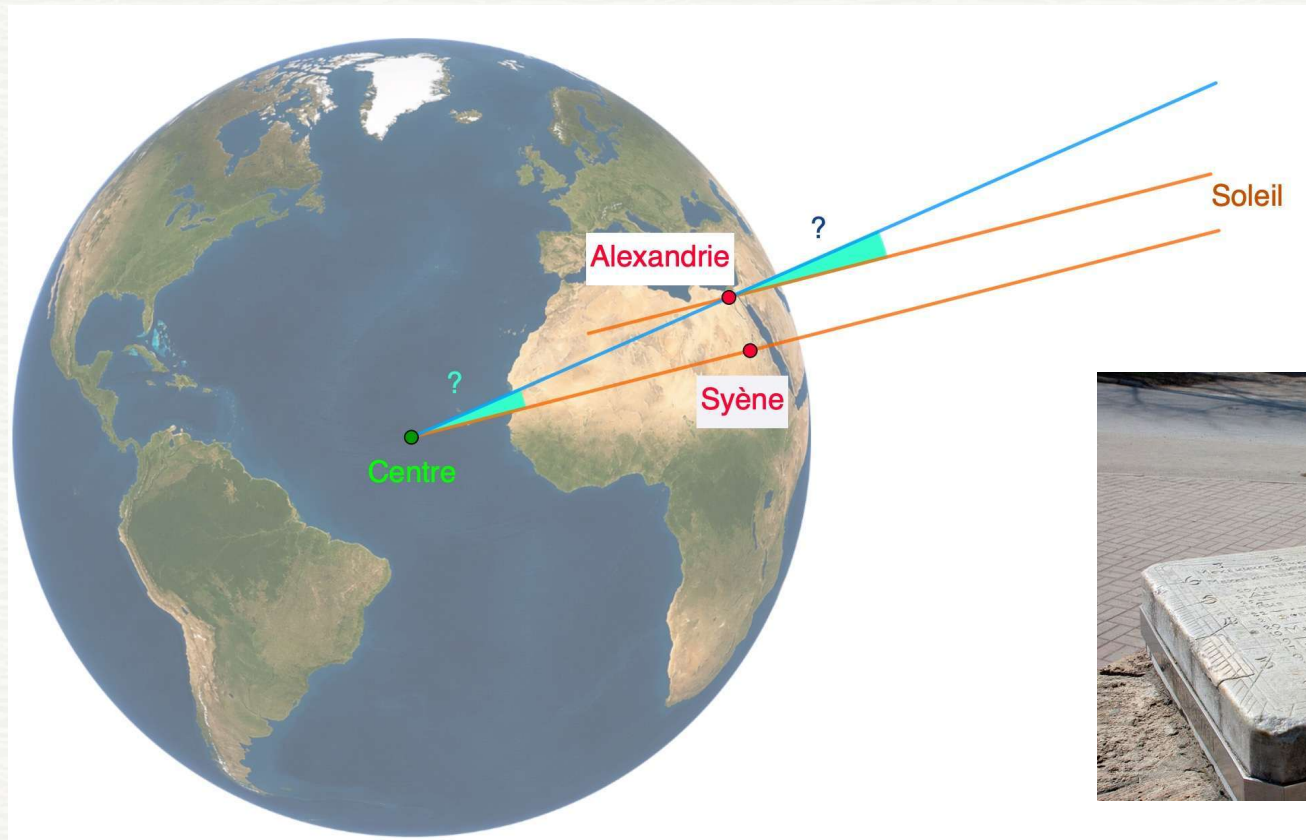
✦✦ Mesurer la Terre

Quelle est la taille de la Terre ?



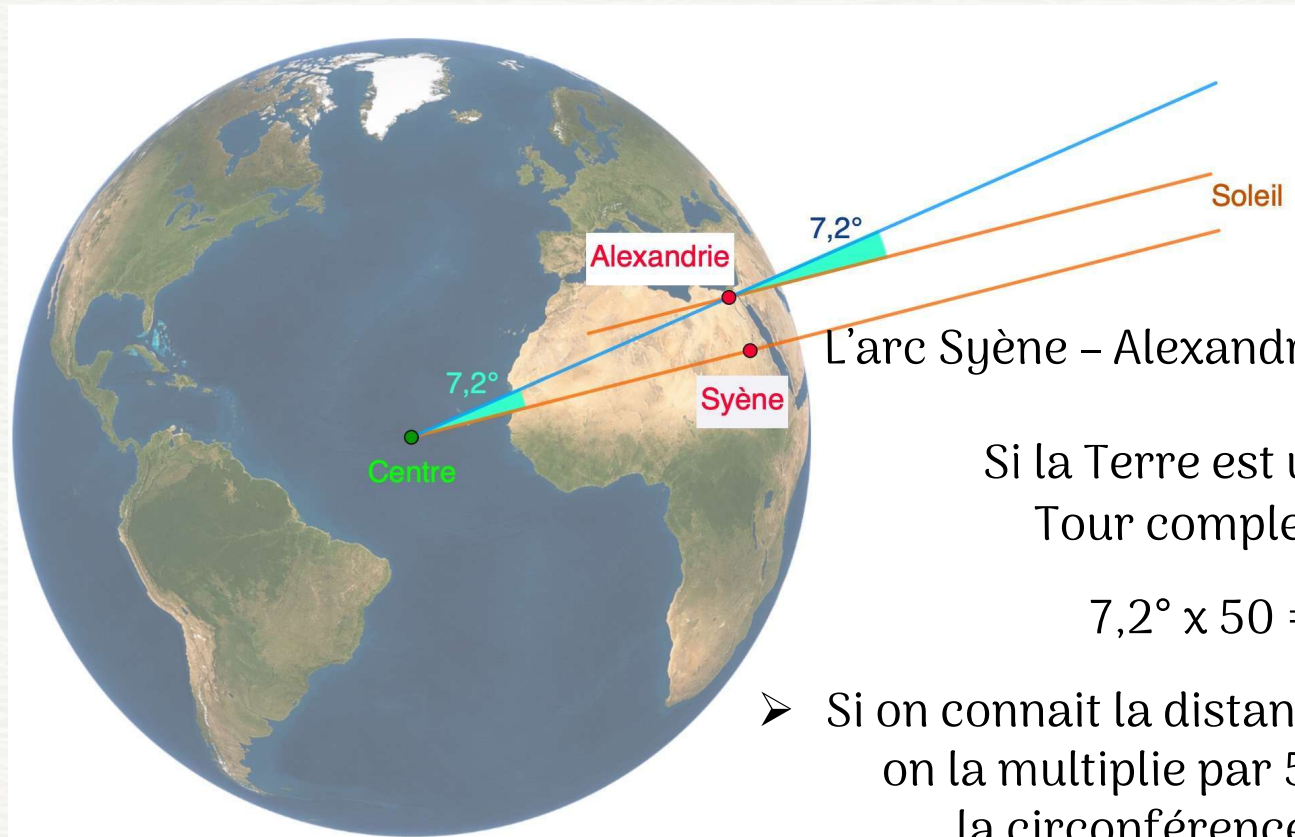
Mesurer la Terre

Quelle est la taille de la Terre ?



Mesurer la Terre

Quelle est la taille de la Terre ?



L'arc Syène - Alexandrie représente 7,2°

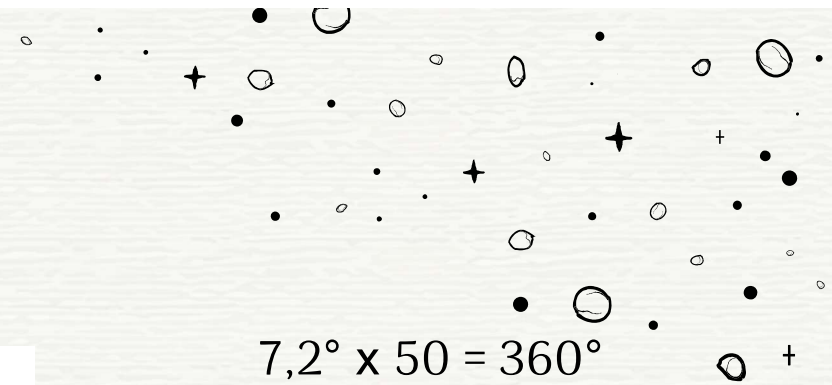
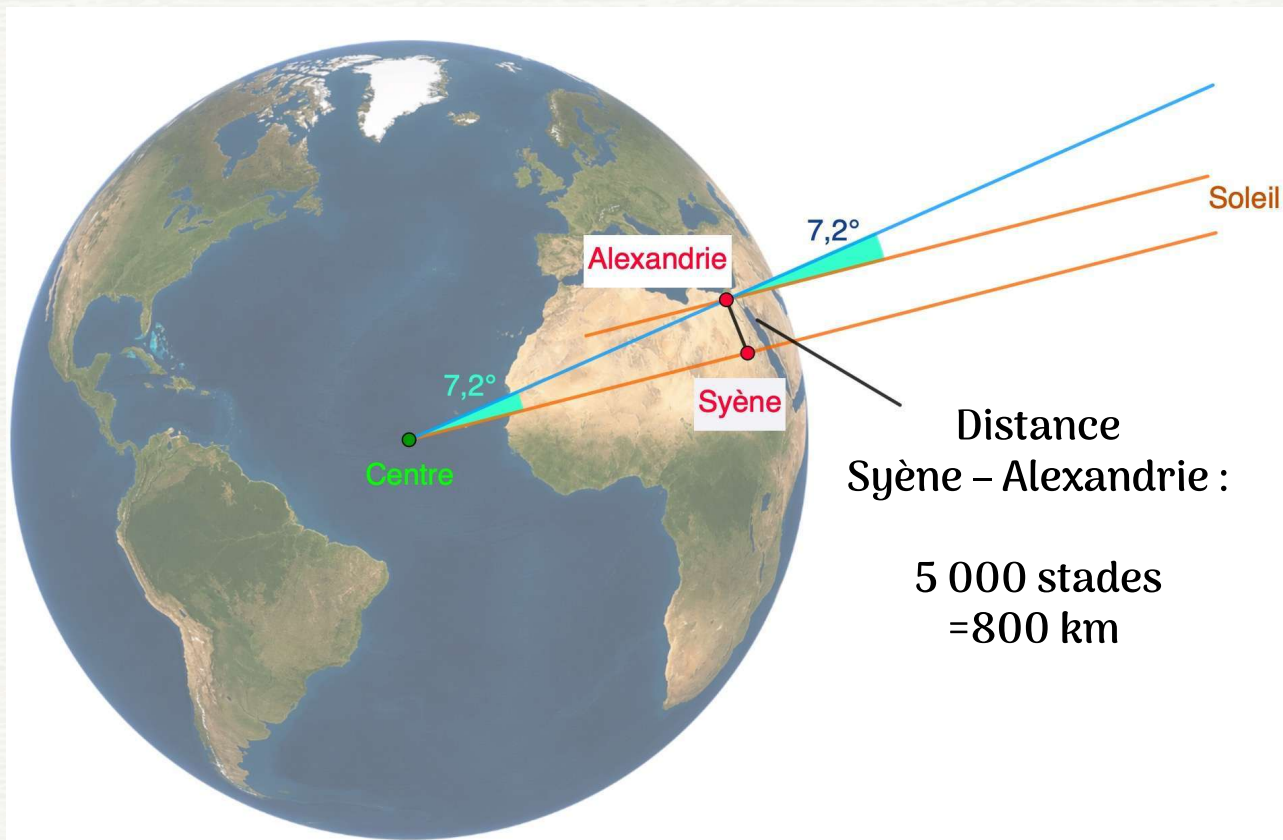
Si la Terre est une sphère
Tour complet = 360°

$$7,2^\circ \times 50 = 360^\circ$$

- Si on connaît la distance Syène-Alexandrie, on la multiplie par 50 pour trouver la circonférence de la Terre

Mesurer la Terre

Quelle est la taille de la Terre ?



Circonférence de la Terre:

$$800 \text{ km} \times 50 = 40\,000 \text{ km} (+/- 10\%)$$

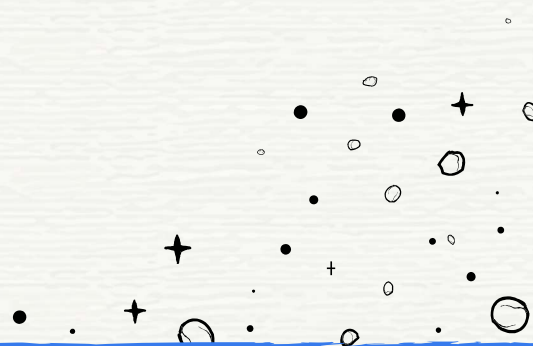
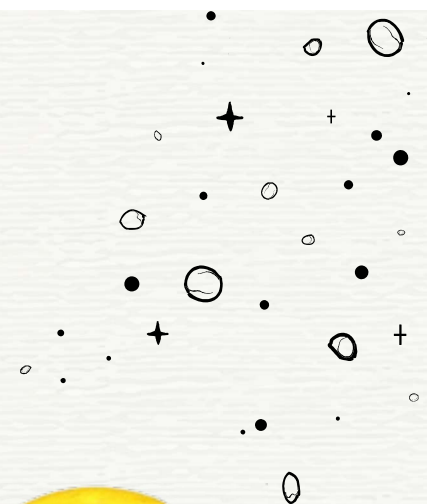
Mesures actuelles:

- À l'équateur : 40 075 km
- Sur un méridien passant par les pôles : 40 008 km

02

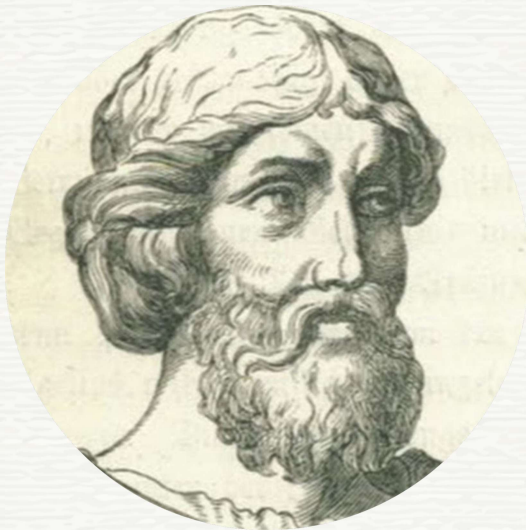
Changer d'échelle: De la Terre au ciel

Des ombres
aux distances célestes



+ ✦ Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la distance Terre – Lune ?



Aristarque de Samos
310 av. J.C. – 230 av. J.C.

- Considérer la durée des éclipses lunaires
- Comparer ce temps à la durée totale de l'orbite de la Lune.



Éclipse Lunaire (7 septembre 2025)
en Ukraine



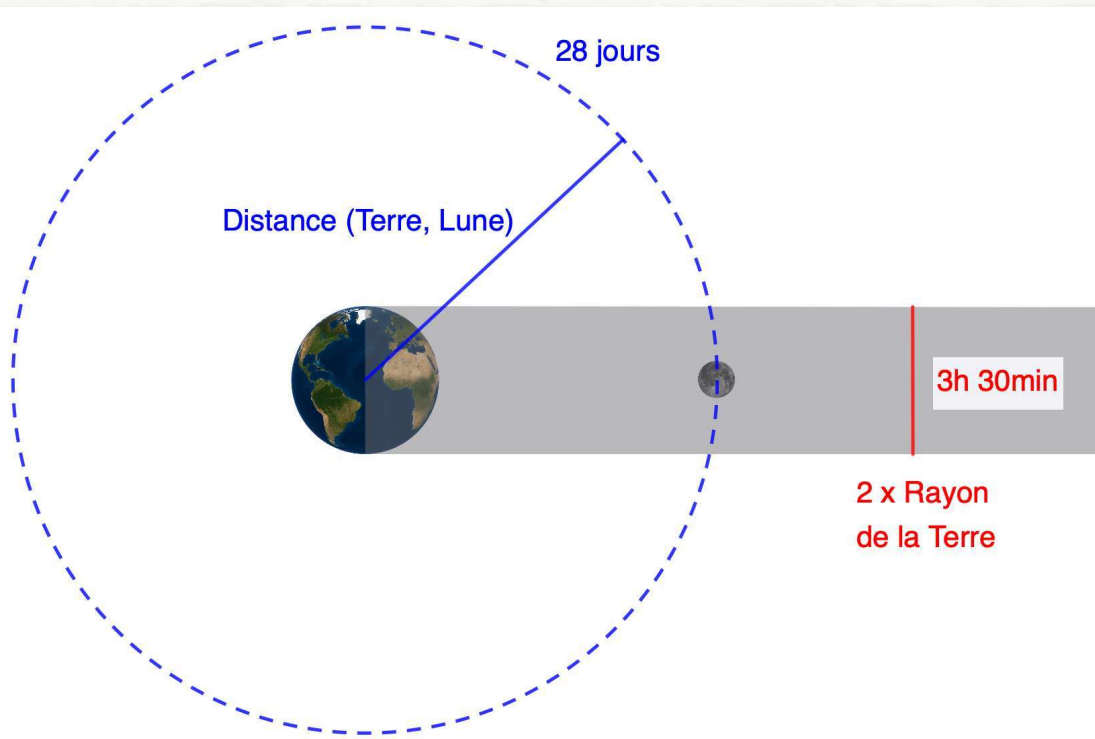
Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la distance Terre - Lune ?



Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la distance Terre - Lune ?



$$\frac{28 \text{ jours}}{3 \text{ h } 30 \text{ min}} = \frac{\text{Orbite de la Lune}}{\text{Distance parcourue dans l'ombre}}$$
$$= \frac{2 \times \pi \times \text{Distance (Terre, Lune)}}{2 \times \text{Rayon(Terre)}}$$

**Distance(Terre, Lune):
Environ 60 fois le rayon de la Terre**

Aujourd'hui on sait que ça varie
entre 58 et 62 rayons terrestres
(environ 384 400 km)



Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la taille de la Lune ?

- Les éclipses permettent une estimation en comparaison avec la Terre :

La lune a un diamètre environ 4 fois plus petit que celui de la Terre



Eclipse lunaire



Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la taille de la Lune ?

Comment le savoir à l'œil nu ?

- Observer un lever de Lune

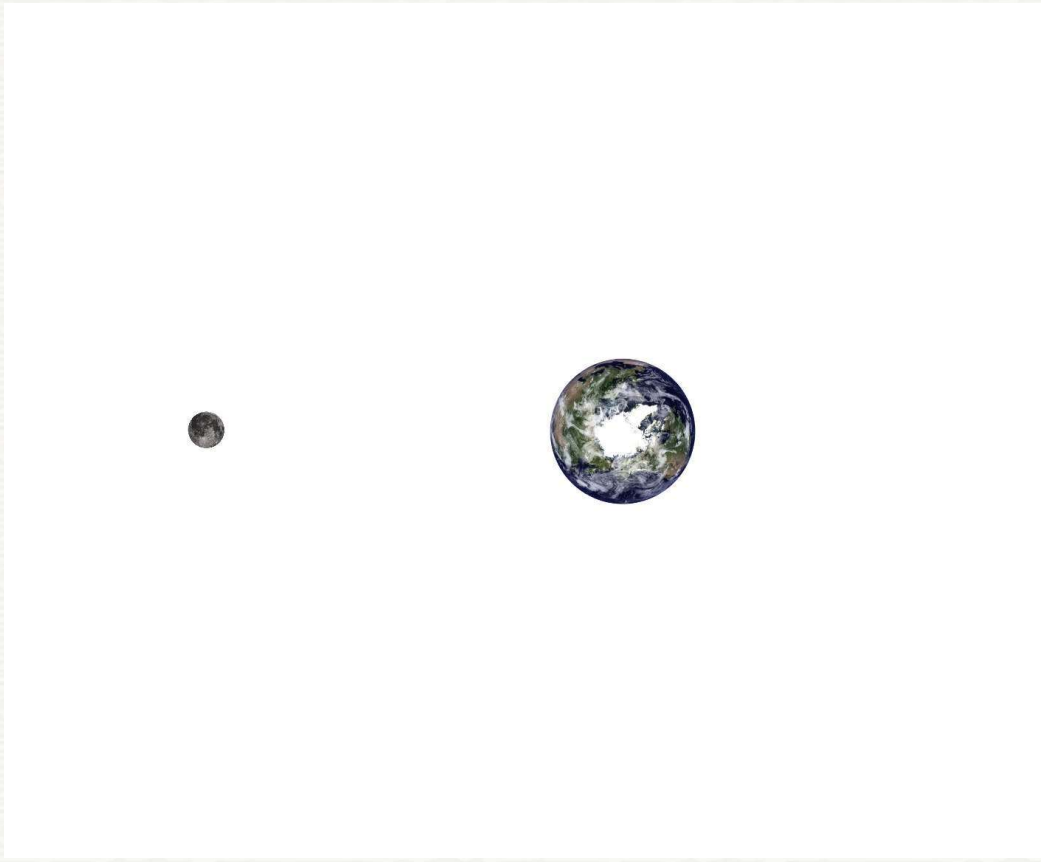


Lever de Lune



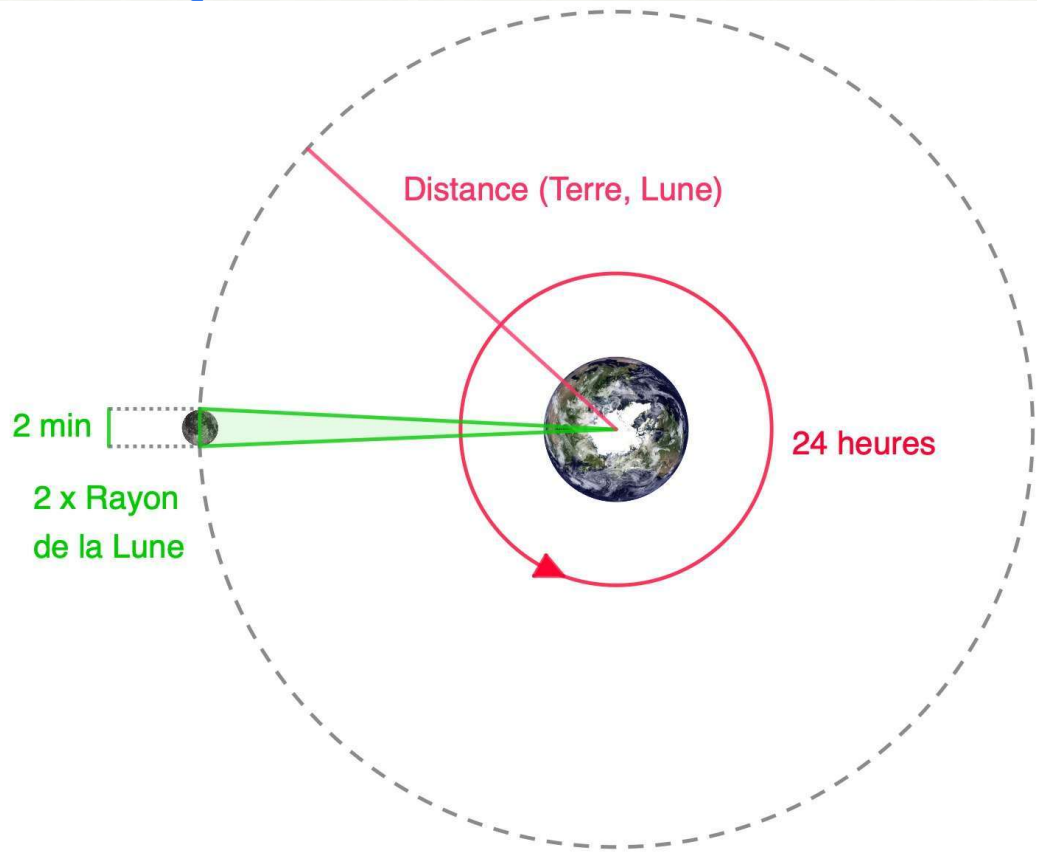
Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la taille de la Lune ?



Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Quelle est la taille de la Lune ?



$$\begin{aligned} \frac{24 \text{ heures}}{2 \text{ min}} &= \frac{\text{Rotation de la Terre sur elle-même}}{\text{Lever de Lune}} \\ &= \frac{2 \times \pi \times \text{Distance (Terre, Lune)}}{2 \times \text{Rayon(Lune)}} \\ &= \frac{2 \times \pi \times 60 \times \text{Rayon(Terre)}}{2 \times \text{Rayon(Lune)}} \end{aligned}$$

Rayon(Lune):
Environ 4 fois plus petit
que le rayon de la Terre

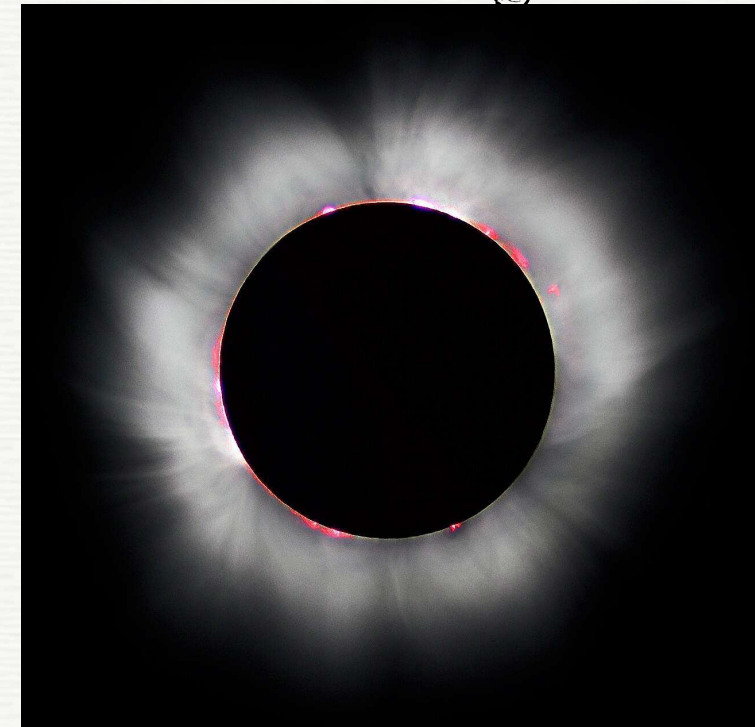
(en réalité 1 737 km)

+ ✦ Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Et le soleil ?

➤ Lors d'une éclipse solaire, le Soleil et la Lune ont presque la même taille apparente dans le ciel

$$\frac{\text{Taille de la Lune}}{\text{Distance (Terre, Lune)}} = \frac{\text{Taille du Soleil}}{\text{Distance (Terre, Soleil)}}$$

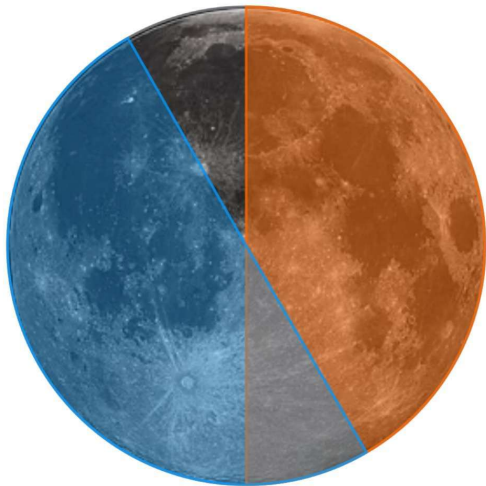


Éclipse solaire (11 août 1999)
en France



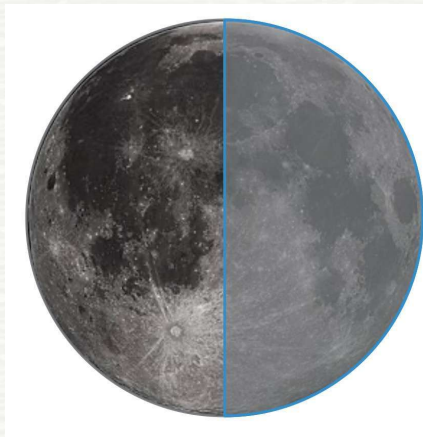
Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Et le soleil ?

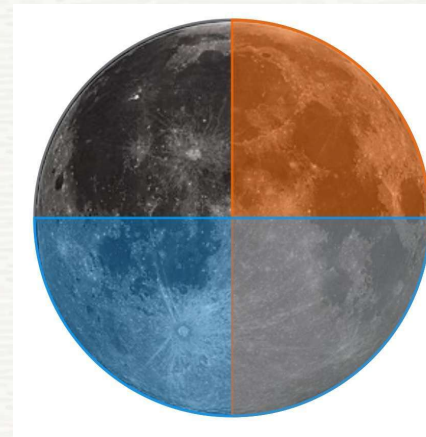


Le Soleil éclaire
une moitié

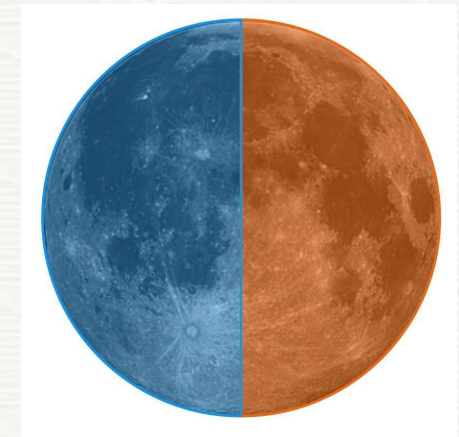
On voit
une moitié



Pleine Lune



Demi-Lune

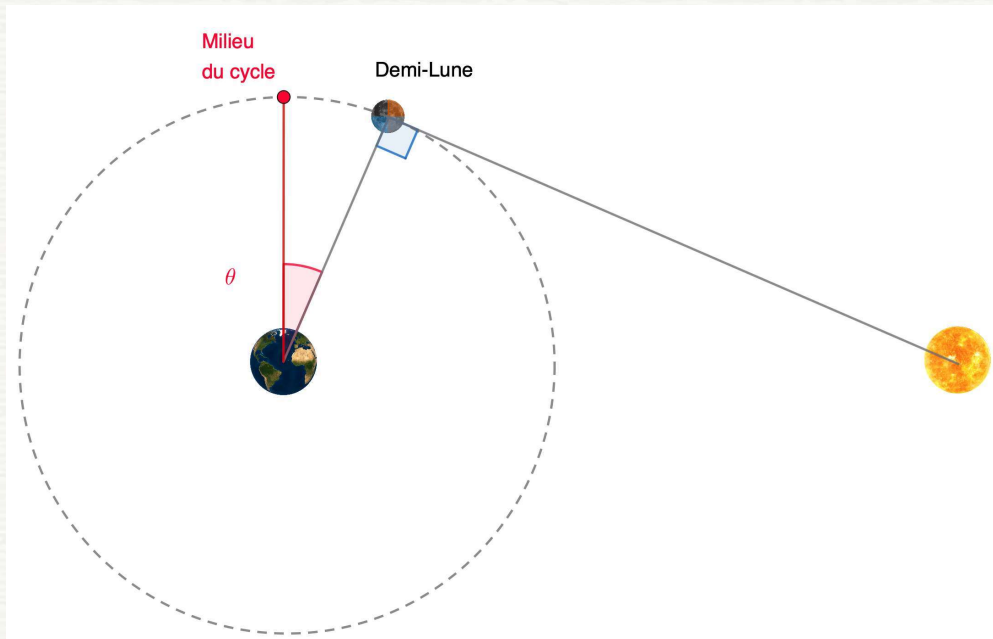


Nouvelle Lune

Phases de la Lune

Changer d'échelle : De la Terre au Ciel

Et le soleil ?



- Estimer le décalage entre la demi-lune et le milieu de cycle

Problème d'estimation

→ Écart considérable pour les longueurs

Estimation d'Aristarque de Samos :

Le Soleil est 20 fois plus loin que la Lune
et 7 fois plus grand que la Terre

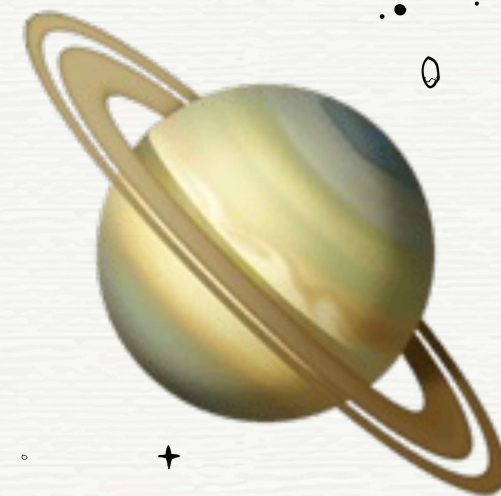
Réalité :

Le Soleil est 370 fois plus loin que la Lune
et 109 fois plus grand que la Terre

03

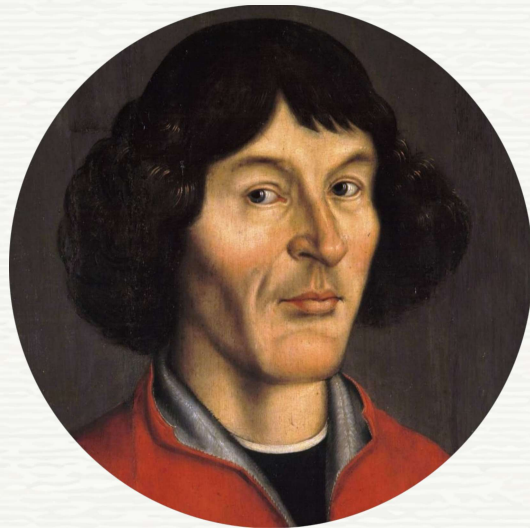
Les lois de Kepler

Des cercles aux ellipses



+ ✦ Les lois de Kepler

Des cercles aux ellipses



Nicolas Copernic
1473 – 1543

- Travaux de N. Copernic :
- Les planètes tournent autour du Soleil (modèle héliocentrique)
 - En supposant des mouvements circulaires, il a calculé les durées de révolution
- J. Kepler analyse les données de T. Brahe (positions apparentes dans le ciel)
- Décalage entre la théorie et la réalité

**Comment reconstruire
les trajectoires des planètes
en connaissant uniquement les directions,
sans connaître les distances ?**



Johannes Kepler
1571 – 1630

+ ✦ Les lois de Kepler

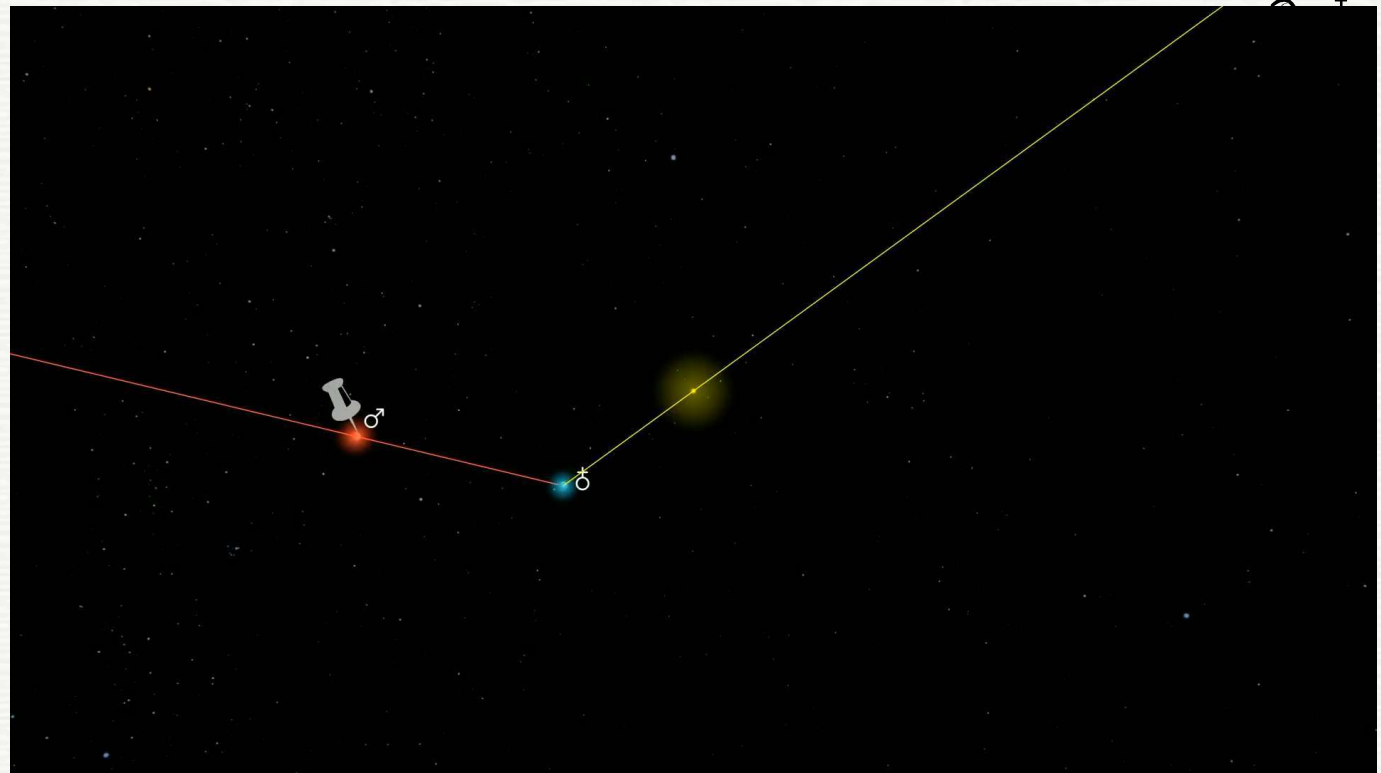
Des cercles aux ellipses

Méthode classique
en mathématiques :

- Simplifier le problème

*Et si, pendant un instant,
on considérait que
Mars ne bouge pas ?*

- Utiliser les directions vers
le Soleil et vers Mars
pour en déduire
la position de la Terre



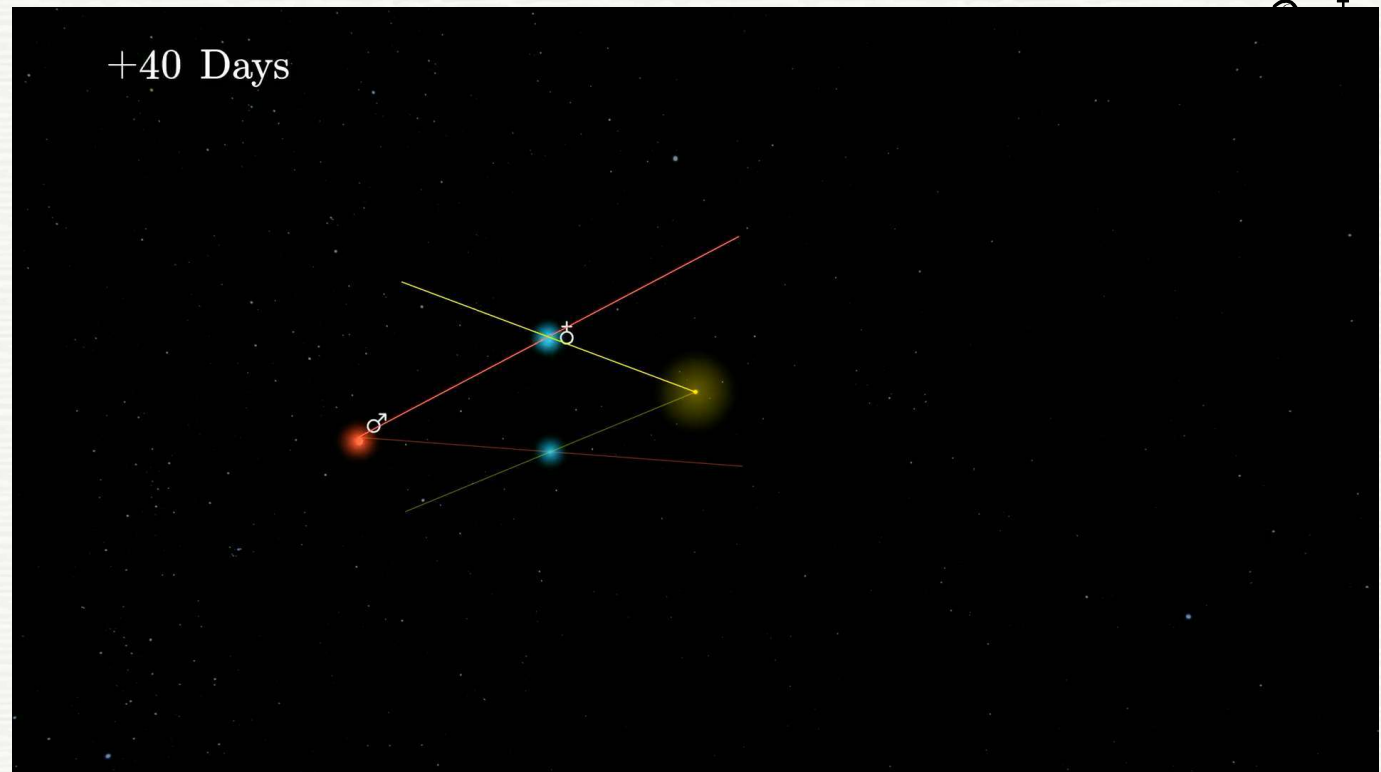
+⁺ Les lois de Kepler

Des cercles aux ellipses

Grâce à Copernic,
Kepler sait que Mars revient
à la même position
tous les 687 jours !

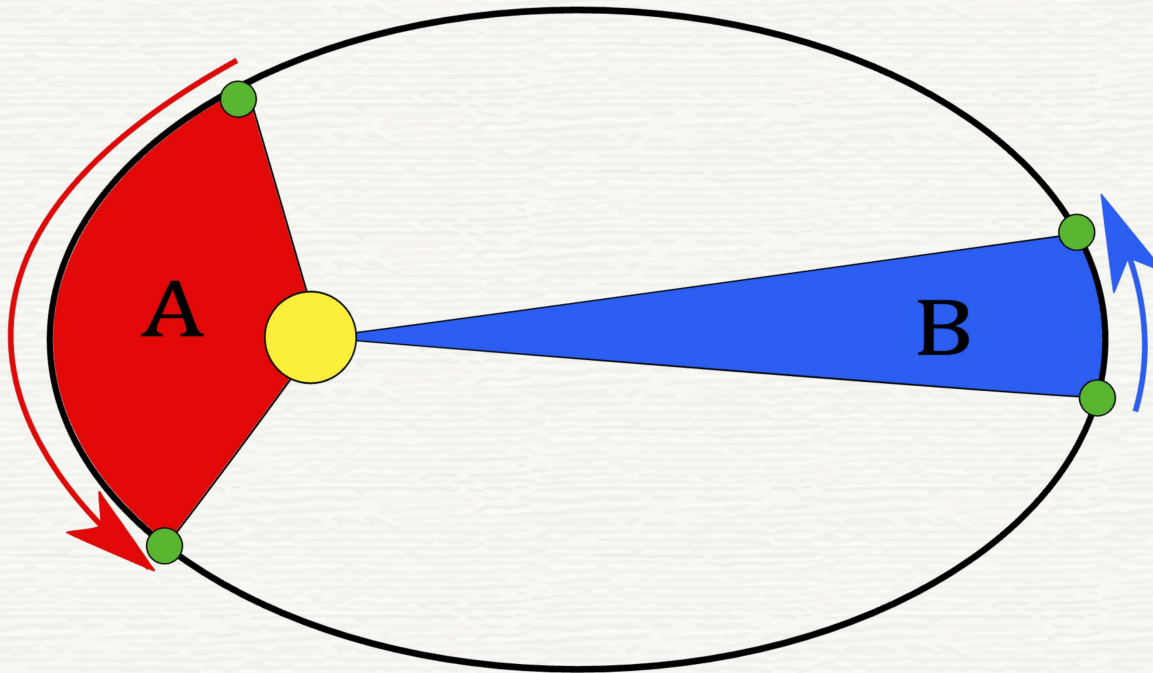
- Comparer des observations
séparées de 687 jours
- Série de positions à assembler
comme un immense puzzle

**Les orbites ne sont pas des
cercles mais des ellipses !**



+ Les lois de Kepler

Des cercles aux ellipses



Seconde loi de Kepler:

Les planètes ne vont pas à vitesse constante. Elles balayent des aires égales en des temps égaux

04

Découverte de Neptune

Découvrir une planète
par le calcul



+ ✦ Découverte de Neptune

Les premières interrogations



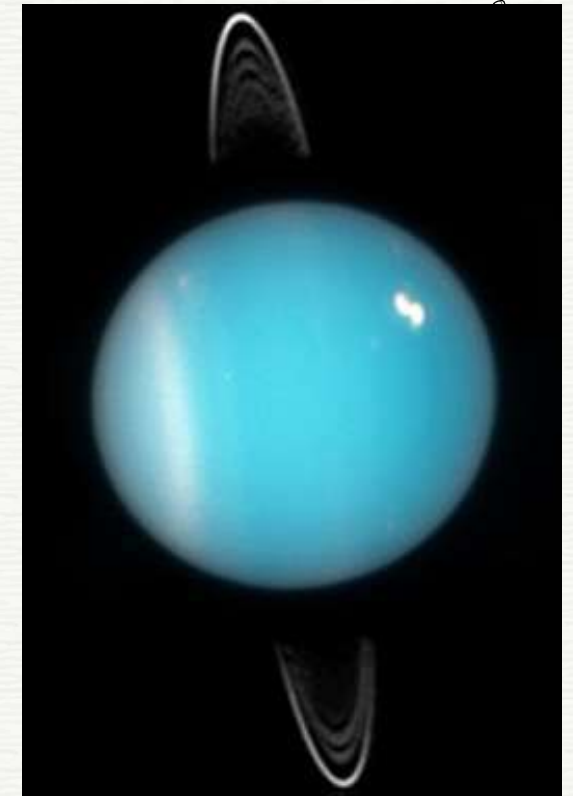
Alexis Bouvard
1811 – 1877

- A. Bouvard est chargé de calculer les positions futures d'Uranus

Problème : les calculs ne correspondent pas aux observations

2 possibilités :

1. Les observations sont fausses
2. Quelque chose perturbe la trajectoire d'Uranus



Uranus en 2005
par le télescope spatial Hubble

+⁺ Découverte de Neptune

Un problème complexe



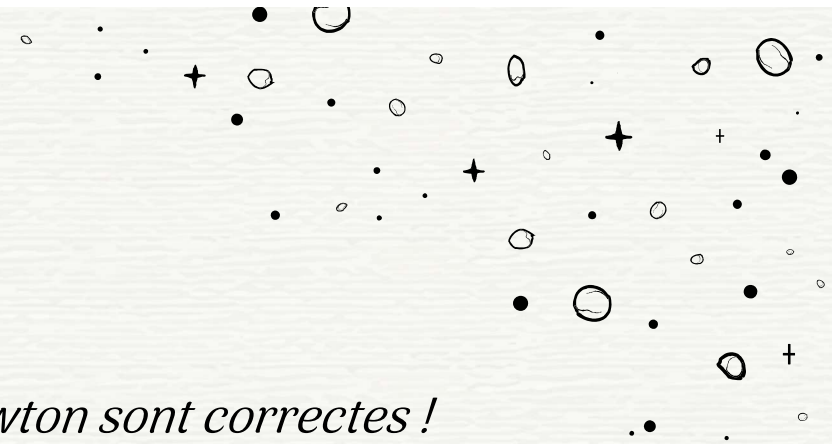
Urbain Le Verrier
1811 – 1877

Les lois de Newton sont correctes !

Cas habituel : On observe une planète, puis on utilise les mathématiques pour décrire son mouvement.

Nouveau défi : On observe des anomalies, puis on cherche à en déduire la position, la masse, l'orbite... de la planète inconnue.

- Août 1846 : Le Verrier dévoile les caractéristiques de la planète et le lieu exacte où l'observer.



+ ✦ Découverte de Neptune

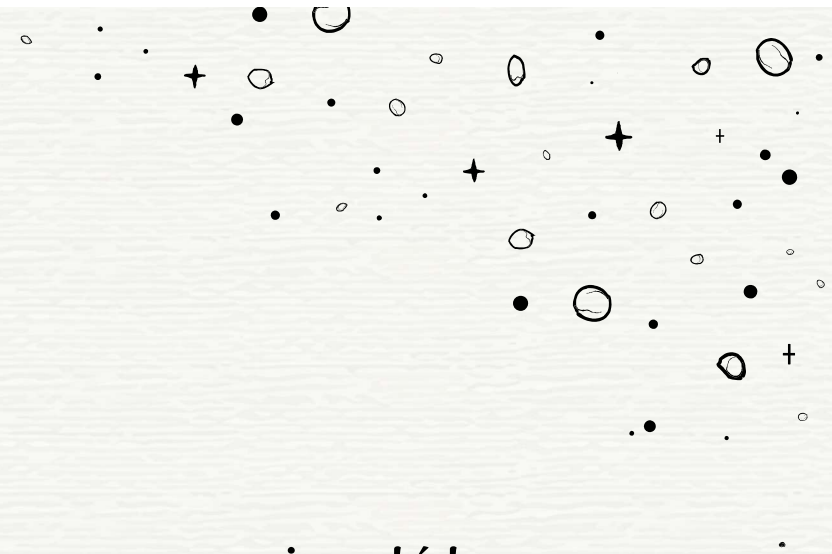
L'observation après les calculs



Johann Gottfried
Galle
1812 - 1910

“ La planète dont vous avez signalé la position réellement existe ! ”

Johann Gottfried Galle,
Le 18 septembre 1846
à Urbain Le Verrier



The background of the slide is a stylized space scene. It features a light blue sky with various celestial bodies: small black dots for distant stars, larger circles with horizontal lines representing planets or moons, and a large sun in the top right corner with radiating lines. The text 'MERCI!' is written in a large, blue, sans-serif font with a small star symbol to its left. Below it, the question 'Avez-vous des questions ?' is written in a black, serif font. The word 'Ressources' is written in a blue, sans-serif font and underlined. At the bottom, there is a blue horizontal bar containing the text 'Colloque IREM - Brest' in white. A list of two resources is provided in black text, each preceded by a bullet point.

+ **MERCI !**

Avez-vous des questions ?

Ressources

- *Terence Tao on the cosmic distance ladder*
Vidéo youtube 3Blue1Brown
- *La découverte de Neptune : Entre Triomphe et camouflet*
Pascal Descamps, Revue d'histoire des sciences