Lacunarisation de la série d'ondelettes basée sur la mesure binomiale : analyse multifractale

L'analyse multifractale s'intéresse notamment à l'étude de la régularité ponctuelle de fonctions, et en particulier à la détermination de leur *spectre multifractal*, défini comme la dimension de Hausdorff de l'ensemble des points partageant une même régularité. La notion de régularité ponctuelle qui sera exploitée dans cette présentation est la notion la plus couramment utilisée, à savoir la *régularité hölderienne*.

Dans ce contexte, les ondelettes jouent un rôle-clé car les coefficients d'ondelettes permettent de caractériser la régularité höldérienne. Le modèle étudié sera donc construit en prescrivant les coefficients d'une série d'ondelettes. Plus précisément, on s'intéressera à une version lacunarisée de la série d'ondelettes basée sur la mesure binomiale : si μ_p désigne la mesure binomiale de paramètre $p \in]0,1[$, alors on étudie la série

$$\sum_{j\geq 0}\sum_{k=0}^{2^j-1} \sigma_{j,k} 2^{-\alpha_0 j} \mu_p(\lambda_{j,k}) \xi_{j,k} \psi_{j,k},$$

où

- $(\sigma_{j,k})_{j,k}$ est une suite de signes,
- α_0 est un paramètre de régularité fixé,
- $\lambda_{j,k} = [k2^{-j}, (k+1)2^{-j}[$ est l'intervalle dyadique d'échelle j et de position k,
- les $\xi_{j,k}$ sont des variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Bernoulli de paramètre $2^{(\eta-1)j}$ ($\eta \in]0,1[$),
- $\{\psi_{j,k} : j \in \mathbb{N} : k \in \{0,\dots,2^j-1\}$ est une base d'ondelettes de $L^2(\mathbb{R})$.

Ce modèle présente l'intérêt d'introduire une compétition entre deux formes classiques de spectres multifractals : d'une part, la cascade concave typique des mesures auto-similaires, et d'autre part la droite qui apparait dans le cadre des séries lacunaires d'ondelettes.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec ma directrice de thèse Céline Esser.